Лекція №5.

Провідники в електростатичному полі

Провідниками називаються речовини, в яких є вільні заряди, здатні переміщатися по всьому об'єму провідника. Провідниками є всі метали, розчини електролітів, іонізовані гази. Ми будемо надалі розглядати тільки метали. Вільні заряди, що переміщаються усередині металів - електрони.

Якщо провідник внести в зовнішнє електростатичне поле, то він буде спотворювати це поле завдяки виникненню на його поверхні індукованого заряду.

1. Напруженість поля всередині провідника дорівнює нулю ($E_{внутр} = 0$). Насправді, при внесенні провідника в електростатичне поле вільні електрони, що мають негативний заряд, зміщуються в напрямку, протилежному напрямку зовнішнього поля. На іншому кінці провідника при цьому утворюється надлишковий позитивний заряд іонів кристалічної решітки (рис.1). Ці заряди розташовуються так, що створене ними електричне поле повністю компенсує зовнішнє поле E_0. В іншому випадку не скомпенсовані електричне поле, впливаючи на вільні електрони, призвело б їх у рух, яке продовжувалося б до тих пір, поки поле всередині провідника не зникло.

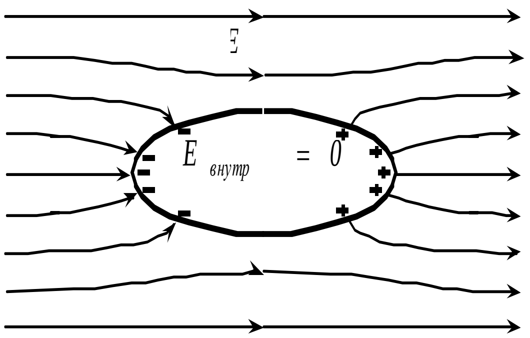

Рис. 1

2. З рівності нулю напруженості електростатичного поля всередині провідника, згідно з рівнянням $E = -grad\ \varphi$, випливає, що потенціал φ у всьому об'ємі провідника має постійне значення. Друга властивість провідників:

$$\varphi = const\ .$$

Можна говорити про потенціал провідника як цілого. Якщо два будь-яких провідника привести в зіткнення або з'єднати дротиком, то потенціали їх негайно зрівняються – це буде вже єдиний провідник. Земля, як проводить електричний струм об'єкт, що теж має певний потенціал. Потенціал Землі зазвичай приймають рівним нулю. При пристрої заземлення металеві частини приладів або корпусів верстатів з'єднують із землею, і вони набувають "нульовий потенціал".

3. Із $E = -grad\,\varphi$ також випливає, що лінії напруженості поля перпендикулярні поверхні провідника в кожній її точці, оскільки ця поверхня є однією з еквіпотенційних поверхонь.

Ємність провідників

Візьмемо ізольований провідник і повідомимо йому заряд q. Потенціал провідника стає рівним φ. Досвідченим шляхом можна встановлено, що

$$q = C\varphi,$$

де C – коефіцієнт пропорційності, що характеризує даний провідник. Він називається електричною ємністю провідника. За визначенням,

$$C = \frac{q}{\varphi}.$$

Ємність відокремленого провідника чисельно дорівнює заряду, який треба повідомити раніше не зарядженого провідника, щоб його потенціал став рівним одному вольта.

Ємність відокремленого провідника залежить від розмірів і форми провідника, а також від розташування поблизу нього інших тел. Тому для отримання певних значень ємності використовують не окремі провідники, а конденсатори.

Конденсатором назвемо сукупність двох провідників, відстань між якими багато менше їх лінійних розмірів.

Процес зарядки конденсатора зводиться до перенесення заряду з однієї його обкладки на іншу, в результаті чого одна з них набуває надлишковий позитивний заряд , а інша – надлишковий негативний заряд тієї ж величини. Цей заряд називається зарядом конденсатора.

Ємність конденсатора чисельно дорівнює відношенню заряду q до різниці потенціалів U між його обкладками:

$$C = \frac{q}{U}, \qquad (U = \varphi_1 - \varphi_2).$$

Електричне поле конденсатора існує лише в просторі між його обкладками і тому не піддається впливу оточуючих тел. Ємність конденсатора залежить від його форми і розмірів, а також від діелектричної проникності ізолятора, що знаходиться між обкладками (визначення діелектричної проникності буде дано нижче).

В СІ ємність вимірюється в фарадах: $1\ \text{Ф}\ (\text{фарад}) = \frac{1\,\text{Кл}}{1\,\text{В}}$. Це дуже велика одиниця ємності, і тому на практиці ємність вимірюють у мікрофарадах ($1 мкФ = 10^{-6}$ Ф) чи в пікофарадах ($1 пФ = 10^{-12}$ Ф).

Щоб проілюструвати сказане, обчислимо радіус кулі R, ємність якого становить один фарад. Потенціал кулі, що має заряд q, рівний $\varphi(R)=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{q}{R}$. Тоді з формули $C=q/\varphi$ знайдемо ємність кулі:

$$C = 4\pi\varepsilon_0 R .$$

Звідси радіус кулі ємністю в один фарад $R = C/4\pi\varepsilon_0 = 9\cdot 10^9$ м.

Шуканий радіус становить 9 млн. кілометрів. Розмір такого тіла набагато перевищує розмір Землі і дорівнює приблизно $1/20$ частини її відстані від Сонця

Конденсатори

1. Сферичний конденсатор. Різниця потенціалів між обкладками сферичного конденсатора – концентричними сферами радіусами R_1 і R_2 (рис.2)

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right).$$

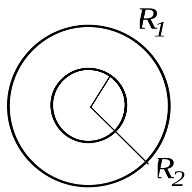

Рис. 2

Підставимо це вираження в (1.32), отримаємо

$$C_{сф} = 4\pi\varepsilon_0 \frac{R_1 R_2}{R_2 - R_1}.$$

Якщо між обкладками конденсатора внести діелектрик, то його ємність буде $C_{сф} = 4\pi\varepsilon\varepsilon_0 \frac{R_1 R_2}{R_2 - R_1}$.

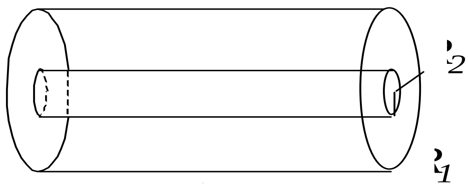
Рис.3

2. Циліндричний конденсатор. Різниця потенціалів між коаксіальними циліндрами радіусами R_1 і R_2 і довжиною l (рис. 3), є обкладками циліндричного конденсатора, дорівнює

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \frac{\tau}{2\pi\varepsilon_0} \ln\frac{R_2}{R_1}, \quad \left(\tau = \frac{q}{l}\right).$$ Тоді

$$C_{цил} = \frac{2\pi\varepsilon_0 l}{\ln\frac{R_2}{R_1}}.$$

Якщо між обкладками конденсатора внести діелектрик, то його ємність буде

$$C_{\text{цил}} = \frac{2\pi\varepsilon\varepsilon_0 l}{ln\frac{R_2}{R_1}}$$

3. Плоский конденсатор. Будемо вважати, що розміри обкладок плоского конденсатора набагато перевищують відстань між ними ($l >> d$, рис.4). Тоді, нехтуючи спотворенням електричного поля на краях обкладок маємо

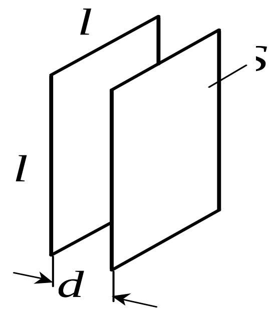

Рис. 4

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} d\,, \quad (\sigma = \frac{q}{S}),$$

що після підстановки в формулу $C = q/U$ дає

$C_{пл} = \frac{\varepsilon_0 S}{d}$, де S – площа обкладки.

Якщо між обкладками конденсатора внести діелектрик, то його ємність буде

$$C_{\text{пл}} = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 S}{d}\,.$$

З'єднання конденсаторів

Знайдемо ємність батареї конденсаторів при паралельному і послідовному їх з'єднанні.

1. Паралельне з'єднання.

Для простоти розглянемо батарею, що складається з двох конденсаторів ємностями C_1 і C_2 (рис.5). Напруга U, прикладена до батареї, однаково для кожного з конденсаторів. Тому заряди конденсаторів рівні

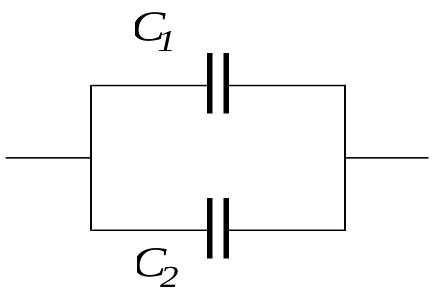

Рис. 5

$$q_1 = C_1 U\,,$$
$$q_2 = C_2 U\,.$$

Оскільки заряд батареї $q = q_1 + q_2$, її ємність

$$C_{пар} = \frac{q}{U} = \frac{C_1 U + C_2 U}{U} = C_1 + C_2\,.$$

Узагальнюючи цю формулу на випадок паралельно з'єднаних конденсаторів, отримаємо

$$C_{пар} = \sum_{i=1}^{N} C_i .$$

Ємність батареї паралельно з'єднаних конденсаторів дорівнює сумі ємностей кожного з них.

2. Послідовне з'єднання.

При послідовному з'єднанні конденсаторів (рис.6) прикладена до батареї напруга U розподіляється по кожному з конденсаторів, так що

$$U = U_1 + U_2 .$$

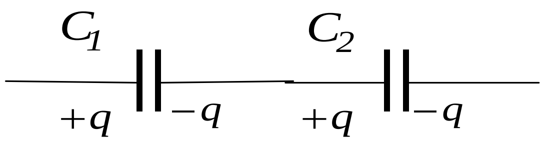

Рис.6

Заряди конденсаторів при їх послідовному з'єднанні дорівнюють один одному: $q_1 = q_2 = q$ оскільки при підключенні батареї конденсаторів до джерела ЕРС протікає короткочасний струм зарядки, однаковий у кожному з конденсаторів.

Інший доказ цього: кожна з обкладок конденсаторів ізольована від інших. Зокрема, права обкладка конденсатора і ліва обкладка конденсатора C_2 разом з з'єднує їх проводом являють собою ізольований провідник із зарядом $q = 0$. Після зарядки батареї, за законом збереження заряду, сумарний заряд цих обкладок залишається рівним нулю, тому, якщо перша з них набуває заряд $-q$, то друга $+q$.

По визначенню $U_1 = \dfrac{q}{C_1}$, $U_2 = \dfrac{q}{C_2}$, а напруга на батареї конденсаторів $U = \dfrac{q}{C_{посл}}$. Підставивши ці формули в $U = U_1 + U_2$ і скоротивши q, отримаємо

$$\frac{1}{C_{посл}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} .$$

В загальному випадку N послідовно з’єднаних конденсаторів:

$$\frac{1}{C_{посл}} = \sum_{i=1}^{N} \frac{1}{C_i} .$$

Величина, зворотна ємності батареї конденсаторів при їх послідовному з'єднанні дорівнює сумі зворотних величин ємностей кожного з конденсаторів. Слід зазначити, що при послідовному з'єднанні конденсаторів більша напруга припадає на конденсатор меншої ємності, а загальна ємність батареї менше ніж ємність самого найменшого конденсатора.

Енергія зарядженого конденсатора. Щільність енергії

Заряджені пластини конденсатора створюють електричне поле, в якому самі ж і знаходяться, тому для розрахунку енергії конденсатора необхідно використовувати формулу (см. лекцію 4) $W = \frac{1}{2}\left(q_1\varphi_1 + q_2\varphi_2\right)$. Так як для конденсатора $q_1 = q,\ q_2 = -q$, то $W = \frac{q}{2}\left(\varphi_1 - \varphi_2\right) = \frac{qU}{2}$. Тоді, використовуючи вираз $q = CU$ отримуємо кілька еквівалентних дуже важливих формул

$$W = \frac{q^2}{2C} = \frac{qU}{2} = \frac{CU^2}{2}.$$

Розглянемо плоский конденсатор, нехай площа кожної з обкладок конденсатора S, відстань між ними d, а заряд конденсатора q. Тоді ємність конденсатора $C = \frac{\varepsilon_0 S}{d}$. Оскільки напруженість поля між обкладками $E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} = \frac{q}{\varepsilon_0 S}$, заряд можна виразити через напруженість $q = \varepsilon_0 S\,E$.

Підставивши у вираз для енергії $W = \frac{q^2}{2C}$ заряд q і ємність C, отримаємо $W = \frac{\varepsilon_0 E^2}{2} Sd = \frac{\varepsilon_0 E^2}{2} V$, де $V = Sd$ – об'єм конденсатора.

Поділив на V, отримаємо об'ємну щільність енергії електричного поля:

$$w = \frac{W}{V} = \frac{\varepsilon_0 E^2}{2}.$$