Лекция № 7.
ПОСТОЯННЫЙ ЭЛЕКТРИЧЕСКИЙ ТОК 2

Напряжение на зажимах источника тока.

Как видно из рис.12:

Рис.12. Напряжение на зажимах источника тока.

График зависимости $U(R)$ приведен на рис.13.

При коротком замыкании $U = 0$.

$U = \varepsilon$ для разомкнутой цепи.

Рис.13. Зависимость U от сопротивления внешней нагрузки R .

Разветвленные цепи. Правила Кирхгофа.

Электрическая цепь, содержащая в себе **узлы**, называется **разветвленной**. Узел – место в цепи, где сходятся три или более проводников (рис.14). Для расчета разветвленных цепей применяют **правила Кирхгофа** (Kirchhoff G.,1824-1887), являющиеся прямым следствием основных законов теории электричества. Этих правил два.

Рис.5.14. Участок разветвленной цепи.

Первое правило: алгебраическая сумма всех токов, сходящихся в узле равна нулю:

$$\boxed{\sum_{i=1}^n I_i = 0}$$

Первое правило Кирхгофа является следствием закона **сохранения заряда** в применении к узлу, через который протекают постоянные токи. Если в цепи имеется N узлов, то пишется $N - 1$ уравнение для любых узлов.

Второе правило: для любого замкнутого контура, выделенного внутри разветвленной цепи, алгебраическая сумма падений напряжений на

сопротивления равна алгебраической сумме ЭДС, действующих в этом контуре:

$$\sum_{i=1}^n I_i R_i = \sum_{k=1}^m \mathcal{E}_k$$

Второе правило Кирхгофа является следствием равенства нулю циркуляции электростатического поля по замкнутому контуру, то есть следствием его *потенциальности*.

Соединение сопротивлений.

Соединение сопротивлений бывает последовательным, параллельным и смешанным.

1) Последовательное соединение.

При последовательном соединении ток, текущий через все сопротивления, *одинаковый*, а падения напряжения *разные* (рис.15).

Рис.15. Последовательное соединение сопротивлений.

$$I_1 = I_2 = \dots = I_n = I$$

$$U = U_1 + U_2 + \dots + U_n = I(R_1 + R_2 + \dots + R_n) = IR_{\text{общ}}, \text{ откуда следует, что}$$

$$R_{\text{общ}} = \sum_{i=1}^n R_i$$

2) Параллельное соединение.

При параллельном соединении падения напряжения на всех сопротивлениях *одинаковые*, а токи, текущие в них, *разные* (рис.16).

Рис.16. Параллельное соединение сопротивлений.

$$U_1 = U_2 = \dots = U_n = U$$

$$I = I_1 + I_2 + \dots + I_n = U \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots + \frac{1}{R_n} \right) = \frac{U}{R_{\text{общ}}}, \text{ откуда следует, что}$$

$$\frac{1}{R_{\text{общ}}} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{R_i}$$

Работа и мощность постоянного тока. Закон Джоуля – Ленца.

При протекании по проводнику электрического тока проводник *нагревается*. Нагревание происходит за счет работы, совершаемой силами поля над носителями заряда:

$$A = q(\varphi_1 - \varphi_2) = qU,$$

$$U = IR$$

$$I = \frac{q}{t} \Rightarrow q = It$$

Рис.17. Проводник с током.

Джоуль (Joule J., 1818-1889) и независимо от него Э.Х.Ленц (1804-1865) установили экспериментально, что *количество теплоты, выделяющейся в проводнике, пропорционально квадрату силы тока, сопротивлению проводника и времени протекания тока:*

$$Q = A = I^2 R t$$

Если сила тока изменяется со временем, то за промежуток времени $\Delta t = t_2 - t_1$ выделится теплота:

$$Q = \int_{t_1}^{t_2} I^2 R dt$$

Написанные соотношения выражают собой **закон Джоуля – Ленца**. Если теплоту измерять в *калориях*, то: $Q[\text{кал}] = 0,24Q[\text{Дж}]$.

Количество теплоты, выделяющееся в единице объема проводника за единицу времени, называется **удельной мощностью**:

$$w = \frac{dQ}{dV dt} = \frac{I^2 R dt}{S dl \cdot dt} = \frac{I^2 \rho \frac{dl}{S}}{S dl} = \rho \frac{I^2}{S^2} = \rho j^2, \quad \text{где } j = \frac{I}{S} \text{ - плотность тока.}$$

Это соотношение представляет собой **закон Джоуля-Ленца в дифференциальной форме**:

$$w = \rho j^2 = \sigma E^2$$

Работа, производимая током за единицу времени, называется **мощностью**:

$$P = \frac{dA}{dt} = I^2 R = IU.$$

Размерность мощности в СИ: $[P] = \frac{\text{Дж}}{\text{с}} = \text{Вт}$ (ватт).

КПД источника тока.

Перемещая электрические заряды по замкнутой цепи, источник тока совершает работу. Различают *полезную* и *полную работу* источника тока. *Полезная работа* – это та, которую совершает источник по перемещению зарядов во *внешней* цепи; *полная работа* – это работа источника по перемещению зарядов во *всей* цепи:

$$A_{\text{полез}} = qU = IUt = I^2 R t \quad \text{- полезная работа;}$$

$$A_{\text{полн}} = q\varepsilon = I\varepsilon t = I^2 (R + r)t \quad \text{- полная работа.}$$

Соответственно этому, различают *полезную* и *полную мощность* источника тока:

$$P_{\text{полезн}} = \frac{A_{\text{полезн}}}{t} = IU = I^2 R$$

$$P_{\text{полн}} = \frac{A_{\text{полн}}}{t} = I\varepsilon = I^2 (R + r)$$

Коэффициентом полезного действия (КПД) источника тока называют отношение:

$$\eta = \frac{A_{\text{полезн}}}{A_{\text{полн}}} = \frac{P_{\text{полезн}}}{P_{\text{полн}}} = \frac{U}{\varepsilon} = \frac{R}{R + r}$$

Выясним, при каком сопротивлении внешней цепи R полезная мощность *максимальна*.

$$\text{Имеем: } P_{\text{полезн}} = I^2 R = \frac{\varepsilon^2 R}{(R + r)^2}, \quad \text{где } I = \frac{\varepsilon}{R + r};$$

$$\frac{dP_{\text{полезн}}}{dR} = \varepsilon^2 \frac{(R + r)^2 - 2(R + r)R}{(R + r)^4} = \frac{R + r - 2R}{(R + r)^3} \varepsilon^2 = 0,$$

откуда

$$R = r; P_{\text{max}} = \frac{\varepsilon^2}{4r}$$

Рис.18. Зависимость $P_{\text{полезн}}$ от R .

Условие $R = r$ называется *условием согласования* источника и нагрузки. В этом случае мощность, выделяемая источником во внешней цепи, *максимальна* (рис.18). Отметим, что при выполнении *условия согласования* КПД источника тока $\eta = \frac{r}{r + r} = \frac{1}{2}$ (50%), то есть *максимальная* полезная мощность и *максимальный* КПД *несовместимы*. Из приведенного графика видно также, что одну и ту же полезную мощность можно получить при двух *различных* сопротивлениях внешней нагрузки $R_1 < r < R_2$.