Лекция №2

Напряженность магнитного поля

Электрическое поле описывается вектором напряженности электрического поля $\vec{E}$. Можно сказать, что, так как электрическое поле создается разностью потенциалов, то размерность напряженности электрического поля $[\vec{E}] = \text{В/м}$.
По аналогии с этим рассуждением введем

напряженность магнитного поля $\vec{H}$.

Так как магнитное поле создается электрическими токами, то размерность напряженности магнитного поля $[\vec{H}] = \text{А/м}$.
Т.о. магнитное поле можно описывать как в терминах магнитной индукции $\vec{B}$, так и в терминах напряженности магнитного поля $\vec{H}$. В вакууме между этими двумя характеристиками существует очень простая связь

$$\vec{B} = \mu_0 \vec{H},$$

где μ_0 - магнитная постоянная.

Из этой формулы видно, что векторы $\vec{B}$ и $\vec{H}$ направлены в одну сторону.
Особо подчеркнем тот факт, что данная постоянная в СИ является размерной и ее численной значение равно

$$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}\,\text{Гн/м},$$

где, забегая вперед, скажем, что Гн – единица измерения индуктивности, читается *Генри*. Из определения магнитной постоянной следует что

$$\text{Гн} = \frac{\text{Тл} \cdot \text{м}^2}{\text{А}}.$$

Также, забегая вперед, заметим, что в изотропных средах связь между магнитной индукцией и напряженностью магнитного поля определяется выражением

$$\vec{B} = \mu \cdot \mu_0 \vec{H},$$

где μ является безразмерным коэффициентом и называется *магнитной проницаемостью вещества*.
Для воздуха значение магнитной проницаемости очень близко к единице

$$\mu \cong 1.$$

Для вакуума магнитная проницаемость точно равна единице $\mu = 1$.
Отметим еще тот факт, что если в задаче ничего не говорится о среде, в которой рассматривается магнитное поле, то считаем, что $\mu = 1$.

Закон Био–Савара–Лапласа

В предыдущих параграфах мы установили, как действует магнитное поле на движущиеся заряды и токи. При этом мы полагали известной индукцию поля $\vec{B}$. Теперь мы сформулируем закон, позволяющий вычислять магнитную индукцию $\vec{B}$ поля, созданного током, текущим по проводнику. Этот закон получен обобщением опытных фактов и носит название *закона Био–Савара–Лапласа*.

Пусть ток течет по тонкому длинному проводнику произвольной формы (рис.2). Возьмем какой-либо отрезок проводника $d\vec{l}$ столь малой длины, что его можно считать прямолинейным. Произведение $I\,d\vec{l}$ называют **элементом тока**. Закон Био–Савара–Лапласа утверждает, что *индукция $d\vec{B}$ магнитного поля, созданного линейным элементом тока в точке M на расстоянии r от него, выражается формулой*

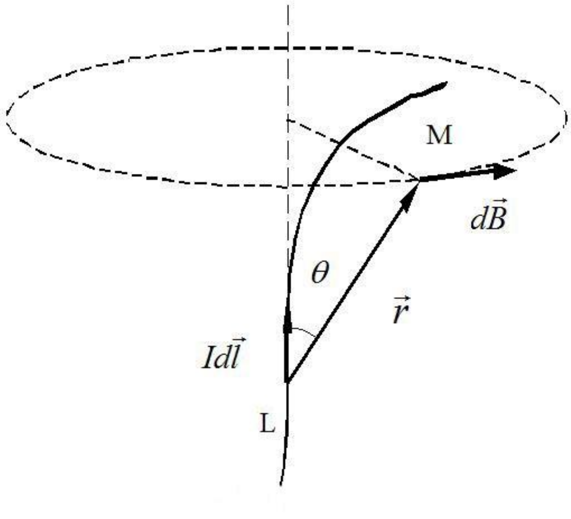

Рис.2

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\cdot\frac{I[d\vec{l},\vec{r}]}{r^3} \text{ или } d\vec{H} = \frac{1}{4\pi}\cdot\frac{I[d\vec{l},\vec{r}]}{r^3}.$$

т. е. пропорциональна силе тока I и обратно пропорциональна квадрату расстояния, вектор $\vec{r}$ соединяет линейный элемент тока с исследуемой точкой М (см. рис.2).

Индукцию магнитного поля $\vec{B}$, созданного проводником в точке M, можно найти, если подсчитать векторную сумму магнитных полей $d\vec{B}$, созданных в этой точке каждым элементом тока $Id\vec{l}$, на которые мы мысленно разбиваем проводник. Суммирование полей сводится к вычислению интеграла по контуру L, образованному этим проводником. В случае, когда проводник и точка наблюдения M находятся в одной плоскости, все векторы $d\vec{B}$ имеют одинаковое направление, и этот интеграл приобретает вид

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi}\int_L \frac{\sin\theta\,dl}{r^2} \text{ или } H = \frac{I}{4\pi}\int_L \frac{\sin\theta\,dl}{r^2},$$

где θ – угол между векторами $d\vec{l}$ и $\vec{r}$.

Найдем с помощью закона Био–Савара–Лапласа индукцию магнитного поля прямого и кругового токов.

Магнитное поле прямого тока

Линии магнитной индукции $\vec{B}$ поля, созданного током I, текущим по прямолинейному проводнику представляют собой концентрические окружности, лежащие в перпендикулярной к проводнику плоскости (рис.3). Направление линий индукции определяется *правилом правого винта*: *если винт вращать по направлению линий $\vec{B}$, он движется вдоль направления тока I.*

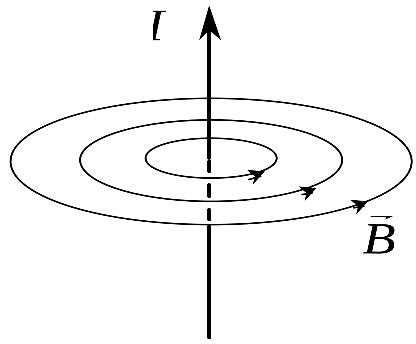

Рис.3

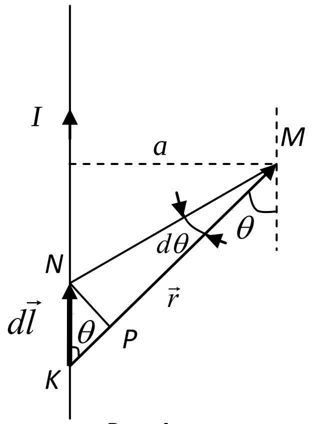

Рис.4

Выделим на проводнике линейный элемент $d\vec{l}$ и соединим его начало с точкой M. Угол между радиус-вектором $\vec{r}$ и элементом $d\vec{l}$ равен θ. Под малым углом $d\theta$ из точки M виден элемент $d\vec{l}$. Расстояние от M до проводника равно a. Из треугольника KNP следует что $dl\,sin\,\theta = NP$. С другой стороны $NP = rd\theta$ (справедливо для малых $d\theta$). Т.о. $dl\,sin\,\theta = rd\theta$. Тогда имеем

$$H = \frac{I}{4\pi}\int_L \frac{sin\,\theta\,dl}{r^2} = \frac{I}{4\pi}\int_L \frac{rd\theta}{r^2} = \frac{I}{4\pi}\int_L \frac{d\theta}{r}.$$

Заметим, что $r = a / sin\,\theta$, получаем

$$H = \frac{I}{4\pi}\int_L \frac{d\theta}{r} = \frac{I}{4\pi}\int_L \frac{sin\,\theta \cdot d\theta}{a} = \frac{I}{4\pi a}\int_L sin\,\theta \cdot d\theta.$$

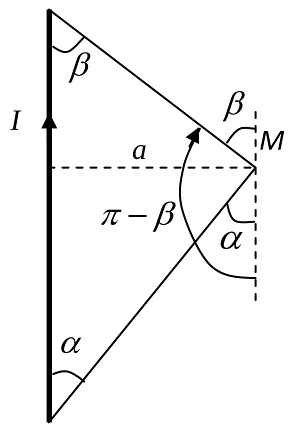

Рис.5

Из рис.5 видно, что криволинейный интеграл сводится к определенному интегралу по θ в пределах от α до $\pi - \beta$:

$$H = \frac{I}{4\pi a}\int_\alpha^{\pi-\beta} sin\,\theta\,d\theta =$$

$$= \frac{-I}{4\pi\,a}\,cos\,\theta\Big|_\alpha^{\pi-\beta} = \frac{-I}{4\pi\,a}\big(cos\,(\pi-\beta) - cos\,(\alpha)\big),$$

где α и β – углы, под которыми концы проводника видны из точки M.

Т.к. $cos\,(\pi-\beta) = -cos\,\beta$, то получаем:

$$H = \frac{I}{4\pi\,a}\,(cos\,\alpha + cos\,\beta).$$

В случае бесконечно длинного проводника углы α и β стремятся к нулю, тогда $cos\,\alpha = cos\,\beta = 1$, и мы приходим к формуле для напряженности магнитного поля *бесконечно длинного проводника*:

$$H = \frac{I}{2\pi a}.$$

Магнитное поле кругового тока

Вычислим напряженность магнитного поля, созданного током, текущим по круговому контуру. Линии индукции $\vec{B}$ вокруг контура показаны на рис.6.

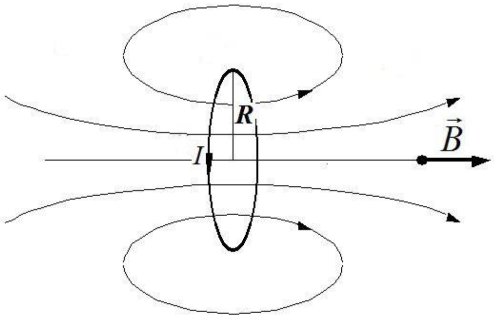

Рис.6

Найдем магнитное поле в точке M на оси контура на расстоянии x от его центра (рис.7).

Элемент тока $Id\vec{l}_1$, взятый в верхней точке контура L, создает в точке M поле $d\vec{B}_1$, а элемент $Id\vec{l}_2$ в нижней точке – поле $d\vec{B}_2$. Расстояние r от этих элементов до точки M одно и то же. Множество элементов $Id\vec{l}$, на которые мы мысленно разобьем контур L, дает множество элементов $d\vec{H}$ созданного ими магнитного поля, которые образуют боковую поверхность конуса.

Сумма этих векторов и есть искомый вектор $\vec{H}$ магнитного поля кругового тока, перпендикулярный его плоскости. Модуль вектора $\vec{H}$ равен интегралу

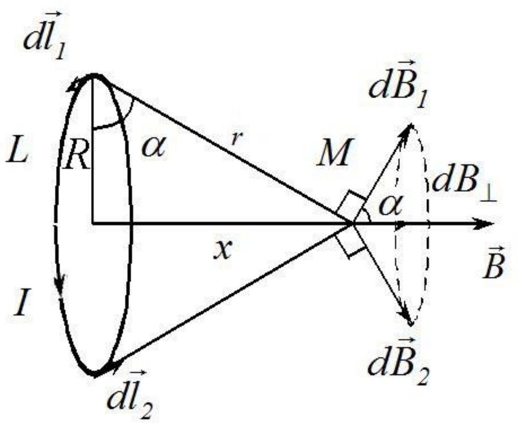

Рис.7

от $dH_\perp = dH \cdot cos\,\alpha$. Воспользовавшись формулой $dH = \dfrac{I}{4\pi}\dfrac{sin\,\theta\, dl}{r^2}$ в которой $sin\,\theta = 1$ т.к. вектор $\vec{r}$ перпендикулярен $d\vec{l}$.

$$H = \int_L dH_\perp = \frac{I}{4\pi r^2}\int_L dl \cdot cos\,\alpha\,,$$

где мы учли, что для каждой точки кругового тока $r = const$.

Из рисунка видно, что $cos\,\alpha = R/r$. Также заметим, что интегрирование вдоль контура дает длину окружности $\int_L dl = 2\pi R$.

Получаем

$$H = \frac{I}{4\pi r^2}\int_L dl \cdot cos\,\alpha = \frac{IR}{4\pi r^3}\int_L dl = \frac{IR}{4\pi r^3}2\pi R = \frac{IR^2}{2r^3}\,.$$

Учитывая, что $r = \sqrt{R^2 + x^2}$, окончательно имеем

$$H = \frac{I\,R^2}{2(R^2 + x^2)^{3/2}}\,.$$

В центре кругового тока $x = 0$ и получаем важный частный случай

$$H = \frac{I}{2R}\,.$$