Лекция №4

Магнитное взаимодействие токов

Пусть токи I_1 и I_2 текут в одном направлении по двум параллельным, очень длинным проводникам, расстояние между которыми a много меньше их длины (рис.1).

Найдем силу взаимодействия этих токов. Магнитная индукция B_1 поля, созданного током I_1 на линии расположения второго проводника,

$$B_1 = \frac{\mu_o I_1}{2\pi a}.$$

Согласно закону Ампера, на ток I_2 действует сила

$$F_{21} = I_2 B_1 l = \frac{\mu_o I_1 I_2 l}{2\pi a},$$

где l – длина проводника.

Сила F_{12}, действующая на первый ток со стороны второго, как легко видеть, выражается той же формулой. Эта сила пропорциональна каждому из токов и обратно пропорциональна расстоянию между ними.

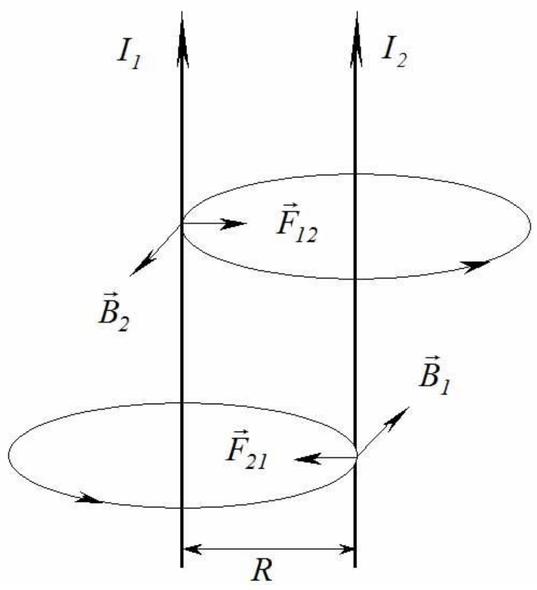


Рис.1

Полученная формула позволяет определить единицу силы тока.

$$\frac{F}{l} = \frac{\mu_o}{4\pi} \cdot \frac{2I^2}{a} = 2 \cdot 10^{-7}\ H/\text{м},$$

при $I = 1A,\quad a = 1\text{м}.$

С помощью этой формулы в СИ определяют ампер.

1 ампер – сила не изменяющегося тока, который, протекая по двум параллельным бесконечно длинным проводникам бесконечно малого сечения, находящимся на расстоянии одного метра друг от друга, вызывает силу их взаимодействия, равную $2 \cdot 10^{-7}$ ньютон на каждый метр длины проводников:

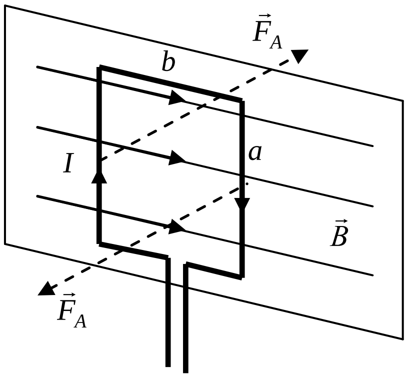
Единица силы тока – *ампер* – в СИ является одной из основных (наряду с *метром*, *килограммом*, *секундой*). Единица заряда – *кулон* – производная от ампера.

1 кулон – это заряд, который проходит через поперечное сечение проводника за 1 секунду, если по этому проводнику течет ток силой в 1 ампер.

Магнитный момент витка с током

Электрическое поле исследуется с помощью пробного электрического заряда. Наличие магнитного поля можно обнаружить помещая виток с током в исследуемую область пространства.

Рассмотрим поведение замкнутого проводящего контура с током I в однородном магнитном поле. В качестве контура возьмем прямоугольную рамку со сторонами a и b (рис.).



Пусть плоскость рамки совпадает с направлением вектора $\vec{B}$. На параллельные стороны с длинами a магнитное поле не действует, а на стороны с длинами b действует сила Ампера направление которой определяем по правилу левой руки. Так как угол между током и вектором $\vec{B}$ в этом случае составляет 90^0, то

$$F_A = IaB.$$

Пара таких сил (рис.) создает вращающий момент (сила умноженная на плечо)

$$M = F_A b.$$

Подставляя в последнее равенство силу F_A получим

$$M = I\,ab\,B = I\,S\,B = p_m B.$$

где $p_m = I \cdot ab = I \cdot S$ называется **магнитным моментом**, а S представляет собой площадь витка. Из определения следует, что магнитный момент измеряется в амперах умноженный на квадратный метр:

$$[p_m] = \text{А} \cdot \text{м}^2.$$

В общем случае выражение вращающего момента можно представить в векторном виде:

$$\vec{M} = [\vec{p}_m, \vec{B}],$$

где $\vec{p}_m = I \cdot S \cdot \vec{n}$. Вектор $\vec{n}$ - нормаль (перпендикуляр) к плоскости витка, а его направление согласовано с направлением тока по правилу правого винта.

Вращающий момент, действующий на рамку, обращается в нуль в тот момент, когда вектор $\vec{p}_m$ становится параллельным вектору $\vec{B}$, т.е. плоскость рамки располагается перпендикулярно линиям магнитного поля. Такое положение рамки устойчиво, поскольку, как видно из рис. на нее действуют растягивающие силы, препятствующие рамке отклоняться от этого положения.

Таким образом, действие однородного магнитного поля на замкнутый контур с током сводится к повороту контура и ориентации вектора его магнитного момента $\vec{p}_m$ параллельно вектору магнитной индукции $\vec{B}$.

Работа при перемещении проводника с током в магнитном поле

Возьмем контур, одна из сторон которого – перемычка длиной l – подвижна и может перемещаться параллельно самой себе вдоль оси X (рис.). Магнитное поле $\vec{B}$ направлено перпендикулярно плоскости контура – за чертеж (от «нас»). По контуру течет ток I, поэтому на перемычку действует постоянная сила, направленная по правилу левой руки слева направо:

$$F_A = IBl.$$

Под действием этой силы перемычка будет двигаться. При перемещении перемычки из положения 1 в положение 2, расстояние между которыми dx, сила F_A совершает работу

$$dA = F_A\,dx = IBl\,dx = IBdS,$$

где произведение $l\,dx$ равно площади dS, которую “заметает” перемычка при своем движении. Произведение BdS обозначим $d\Phi$ и будем называть **магнитным потоком** через эту площадь. Тогда

$$dA = I\,d\Phi.$$

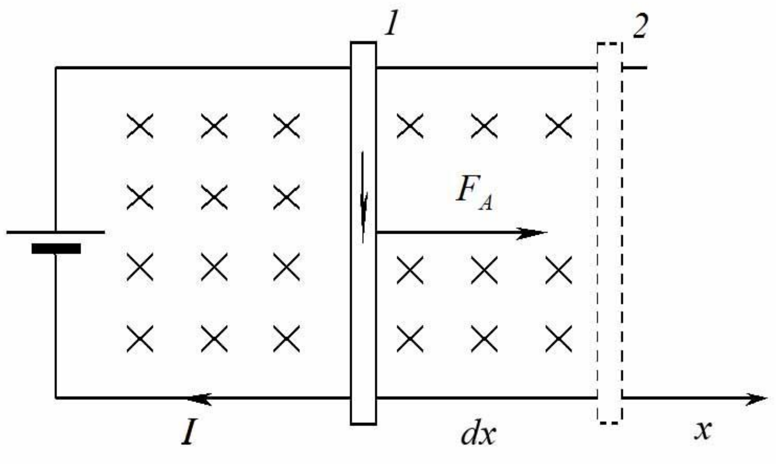


Рис.

Можно показать, что данная формула справедлива при любой взаимной ориентации контура с током и вектора индукции магнитного поля $\vec{B}$. Таким образом, *механическая работа перемещения проводника с током в магнитном поле равна произведению силы тока в проводнике на величину пересекаемого им потока вектора магнитной индукции.*

Полученный результат можно применить для подсчета работы перемещения замкнутого контура с током в магнитном поле при условии, что сила тока в нем поддерживается постоянной. Эта работа равна

$$A = I(\Phi_2 - \Phi_1) = I\Delta\Phi.$$

Поток вектора магнитной индукции

Пусть бесконечно малая площадка dS находится в магнитном поле индукцией $\vec{B}$ (рис.). Укажем стрелкой направление обхода ограничивающего эту площадку контура. Оно связано с направлением положительной нормали к площадке $\vec{n}$ правилом правого винта ($\vec{n}$ – единичный вектор).

Магнитным потоком $d\Phi$ вектора $\vec{B}$ сквозь бесконечно малую площадку называется произведение ее площади dS на модуль $\vec{B}$ и на косинус угла α между вектором $\vec{B}$ и нормалью к площадке:

$$d\Phi = B\,dS\cos\alpha.$$

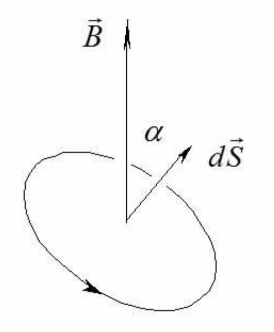


Рис.

Введем вектор площадки $d\vec{S} = \vec{n}\,dS$, совпадающий по направлению с $\vec{n}$. Тогда поток $d\Phi$ можно представить в виде скалярного произведения:

$$d\Phi = \vec{B}\,d\vec{S}.$$

Поток сквозь поверхность S равен интегралу по этой поверхности от $\vec{B}\,d\vec{S}$:

$$\Phi = \int_S \vec{B}\,d\vec{S}.$$

Значения подынтегральной функции берутся в точках этой поверхности.

Единицей измерения магнитного потока в СИ является *вебер* (Вб). Как следует из определения магнитного потока $1\,\text{Вб} = 1\,\text{Тл}\cdot 1\,\text{м}^2$.

Заметим, что единицу измерения магнитного потока вебер можно представить в другом виде

$$\text{Вб} = \text{Тл}\cdot\text{м}^2 = \frac{\text{Н}}{\text{А}\cdot\text{м}}\cdot\text{м}^2 = \frac{\text{Н}\cdot\text{м}}{\text{А}} = \frac{\text{Дж}}{\text{Кл/с}} = \frac{\text{Дж}}{\text{Кл}}\cdot\text{с} = \text{В}\cdot\text{с}.$$

Т.е. вебер есть вольт умноженный на секунду.

Теорема Остроградского-Гаусса

Рассмотрим замкнутую поверхность S, находящуюся в магнитном поле индукцией $\vec{B}$ (рис.). Теорема Остроградского–Гаусса для магнитного поля утверждает, что *поток вектора индукции магнитного поля* $\vec{B}$ *через произвольную замкнутую поверхность всегда равен нулю:*

$$\oint_L \vec{B}\,d\vec{S} = 0.$$

Для доказательства теоремы возьмем одну из линий магнитной индукции $\vec{B}$ и мысленно построим вокруг нее цилиндрическую поверхность в виде трубки малого сечения $dS_{\perp}$ (рис.). Эта трубка вырезает на поверхности S площадки dS_1 и dS_2, векторы нормалей которых $d\vec{S}_1$ и $d\vec{S}_2$ являются внешними по отношению к замкнутой поверхности S. Поток вектора $\vec{B}$ через боковую поверхность трубки равен нулю, т. к. линии $\vec{B}$ нигде ее не пересекают. Поток вектора $\vec{B}$ через первое основание цилиндра $\vec{B}d\vec{S}_1 = -BdS_{\perp}$, а поток через второе основание $\vec{B}d\vec{S}_2 = BdS_{\perp}$. В сумме они дают нуль. Таким образом, поток вектора $\vec{B}$ через всю поверхность трубки равен нулю.

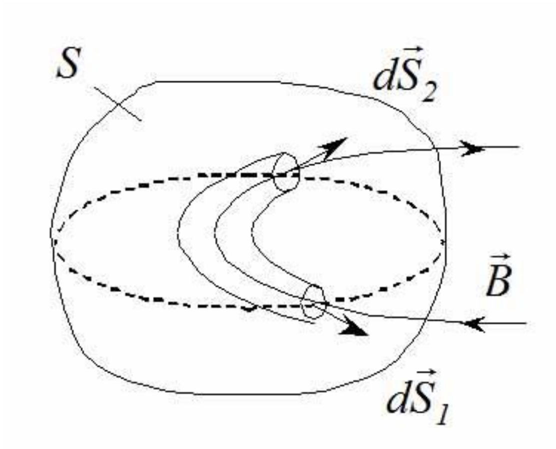


Рис.

Объем, ограниченный замкнутой поверхностью S, можно разбить на аналогичные трубки вокруг каждой из линий магнитной индукции $\vec{B}$. Поскольку поток сквозь поверхность любой из трубок равен нулю, поток вектора $\vec{B}$ сквозь всю замкнутую поверхность S также равен нулю, что и доказывает теорему.

Геометрический смысл равенства нулю потока вектора $\vec{B}$ через любую замкнутую поверхность состоит в том, что линии магнитной индукции являются замкнутыми.

Физический смысл данной теоремы состоит в том, что в природе не существует магнитных зарядов.

Теорему Остроградского–Гаусса для потока вектора $\vec{B}$ можно записать в дифференциальной форме

$$\mathrm{div}\vec{B} = 0.$$

Читается – дивергенция вектора $\vec{B}$ равна нулю.

Данное уравнение является одним из уравнений Максвелла, на которых основана электродинамика.