Лекция №6

Явление самоиндукции. Индуктивность

В замкнутом проводящем контуре, находящемся в переменном магнитном поле, благодаря явлению электромагнитной индукции возникает индукционный ток. При этом магнитное поле может быть создано током, текущим по этому же контуру. Если ток изменяется, то изменяется и созданное им магнитное поле. В результате в контуре по закону Фарадея появляется ЭДС индукции.

Явление возникновения ЭДС индукции в контуре, по которому течет переменный ток, называется явлением самоиндукции.

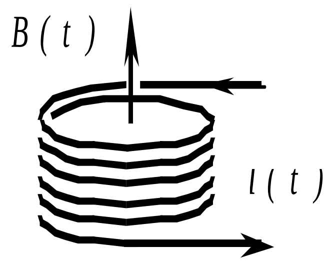

Рис. 3.25

Найдем электродвижущую силу самоиндукции. Возьмем катушку, в которой течет изменяющийся во времени электрический ток $I(t)$ (рис. 3.25). Этот ток создает в катушке магнитное поле B, которое также будет изменяться в согласии с изменением тока.

Полный поток магнитной индукции Ψ, пронизывающий все витки катушки (называемый *потокосцеплением*), пропорционален индукции поля B, которая, в свою очередь, пропорциональна силе тока I в этой катушке ($\Psi \sim B \sim I$). Связь полного магнитного потока с током в катушке можно представить в виде

$$\Psi = LI. \qquad (3.35)$$

Формула (3.35) справедлива для любого замкнутого проводника. Коэффициент пропорциональности L называется *индуктивностью* или *коэффициентом самоиндукции* проводника.

Подставив Ψ в (3.34) вместо Φ, получим (при условии $L = const$) формулу для ЭДС самоиндукции:

$$\varepsilon_c = -L\,\frac{dI}{dt}. \qquad (3.36)$$

Электродвижущая сила самоиндукции, возникающая в замкнутом проводнике, по которому течет переменный ток, равна взятому с обратным знаком произведению коэффициента самоиндукции этого проводника на скорость изменения тока в нем.

Как следует из формулы (3.36*), коэффициент самоиндукции L численно равен электродвижущей силе, возникающей в проводнике, по которому течет ток, изменяющийся на один ампер за секунду.* Он зависит от размеров и формы проводника, а также магнитных свойств вещества, окружающего проводник. Коэффициент самоиндукции катушки имеет постоянное значение, если в ней нет сердечника из ферромагнитного материала, магнитная проницаемость которого зависит от силы тока (см. § 3.24).

Единицей индуктивности в СИ служит *генри* (Гн). *Индуктивность проводника равна 1 генри, если изменение тока в нем на 1 ампер за 1 секунду приводит к возникновению электродвижущей силы самоиндукции в 1 вольт.*

Если ток в проводнике возрастает, ЭДС самоиндукции направлена в сторону, противоположную току, т.е. препятствует его нарастанию. Если ток уменьшается, то ЭДС самоиндукции препятствует его уменьшению. Поэтому явление самоиндукции приводит к увеличению сопротивления проводника переменному току.

Коэффициент самоиндукции L проводника в электродинамике является аналогом массы тела в механике. Чем больше L, тем медленнее изменяется ток в проводнике вследствие изменения приложенного к проводнику напряжения.

Для иллюстрации сказанного рассмотрим пример. Найдем индуктивность длинного *соленоида* (рис. 3.26).

Магнитный поток через площадь поперечного сечения соленоида S

$$\Phi = BS.$$

Согласно формуле (3.15), магнитное поле в соленоиде $B = \mu_0 \dfrac{N}{l} I$, где N – число витков, l – длина соленоида.

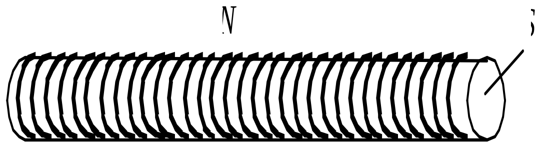

Рис. 3.26

По закону Фарадея ЭДС индукции в обмотке соленоида складывается из суммы ЭДС в каждом из N его витков. Поэтому

$$\varepsilon = -N \frac{d\Phi}{dt} = -\mu_0 \frac{N^2}{l} S \cdot \frac{dI}{dt}.$$

Сравнение с формулой (3.36) показывает, что

$$L = \mu_0 \frac{N^2}{l^2} lS = \mu_0 n^2 V, \qquad (3.38)$$

где $n = N/l$ – линейная плотность числа витков, $V = Sl$ – объем соленоида.

Индуктивность соленоида пропорциональна его объему, т.е. размеру области пространства, в которой существует магнитное поле, и квадрату плотности витков соленоида.

Электрический ток при замыкании и размыкании цепи, содержащей индуктивность

Явление самоиндукции можно наблюдать на простом опыте: при подключении к источнику ЭДС лампы накаливания и последовательно соединенной с ней катушки (рис. 3.32) лампа загорается не мгновенно, а в течение некоторого времени, тем большего, чем больше индуктивность катушки. Это связано с возникновением в катушке ЭДС самоиндукции, которая препятствует нарастанию тока. В момент отключения источника направление ЭДС самоиндукции совпадает с направлением ЭДС источника и лампа на мгновение вспыхивает более ярким светом.

Рассмотрим это явление более подробно. Воспользуемся схемой, изображенной на рис. 3.33. При подключении источника тока (переключатель П переводится в положение 1) нарастание тока вследствие наличия в цепи индуктивности L происходит постепенно, т.к. наряду с ЭДС источника ε действует обратная по направлению электродвижущая сила самоиндукции (3.36). По закону Ома ток в цепи

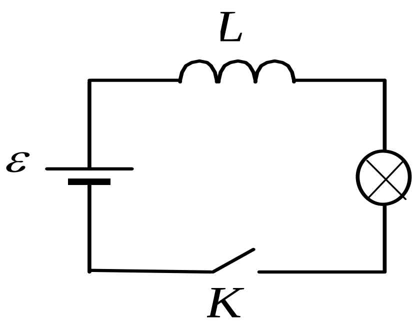

Рис. 3.32

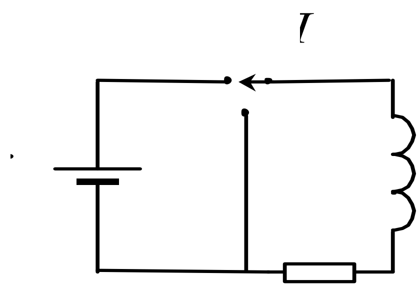

Рис. 3.33

$$I = \frac{\varepsilon + \varepsilon_c}{R} = \frac{\varepsilon}{R} - \frac{L}{R} \cdot \frac{dI}{dt},$$

где R – сопротивление цепи.

Переменные I и t в этом дифференциальном уравнении можно разделить. Обозначив $I_0 = \dfrac{\varepsilon}{R}$, получим

$$\frac{dI}{I_0 - I} = \frac{R}{L} dt.$$

После интегрирования имеем

$$-ln(I_0 - I) = \frac{R}{L} t + ln C,$$

где C – константа интегрирования.

Поскольку при $t = 0$ сила тока $I = 0$, то $ln C = -ln I_0$. После потенцирования получается формула, выражающая *закон нарастания тока*:

$$I(t) = I_0(1 - e^{-\frac{R}{L}t}). \qquad (3.40)$$

Из нее следует, что I_0 – сила установившегося тока, текущего в цепи после завершения переходных процессов, т.е. при $t \to \infty$.

При размыкании цепи (переключатель П в положении 2) наблюдается плавное падение тока. По закону Ома

$$I = \frac{\varepsilon_c}{R} = -\frac{L}{R} \cdot \frac{dI}{dt}.$$

Разделяя переменные и интегрируя при начальном условии $I(0) = I_0$, получим *закон убывания тока*:

$$I(t) = I_0\, e^{-\frac{R}{L}t}. \qquad (3.41)$$

На рис. 3.34 приведены графики зависимости тока от времени при замыкании и размыкании цепи при двух значениях индуктивности. Графики проясняют смысл индуктивности как меры инертности электрической цепи по отношению к изменению тока в ней. При данном сопротивлении R нарастание или спад тока будет тем более плавным, чем больше индуктивность цепи L.

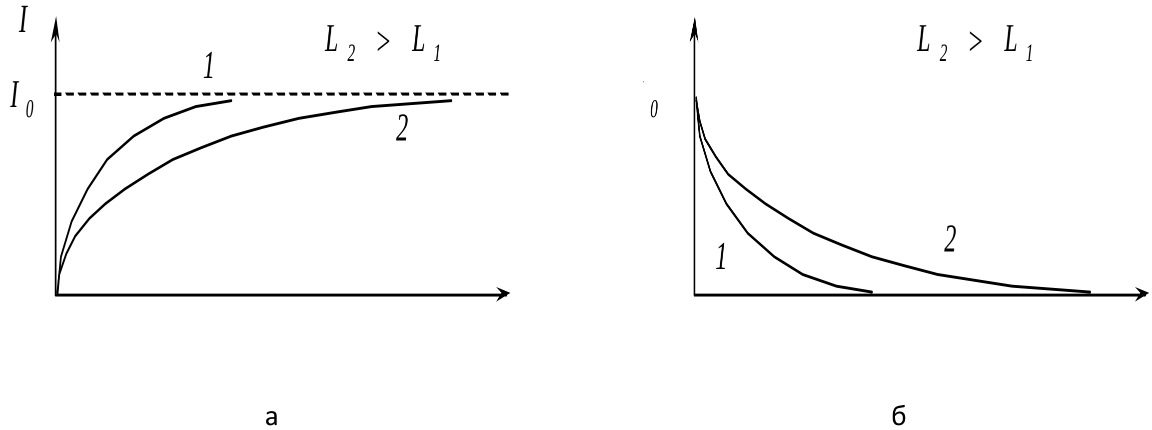

Рис.3.34

Вычисление коэффициентов самоиндукции L, вообще говоря, представляет значительные трудности и может быть сделано только для небольшого числа простейших частных случаев. Однако всегда есть возможность определить L непосредственно из опыта. Для этого можно использовать формулы (3.40) и (3.41). Если прологарифмировать каждую из них, то логарифм отношения токов будет л и н е й н о й ф у н к ц и е й времени (рис. 3.35), соответственно:

$$ln\,\frac{I_0}{I_0 - I} = \frac{R}{L}t \quad \text{и} \quad ln\,\frac{I_0}{I} = \frac{R}{L}t.$$

Время релаксации…

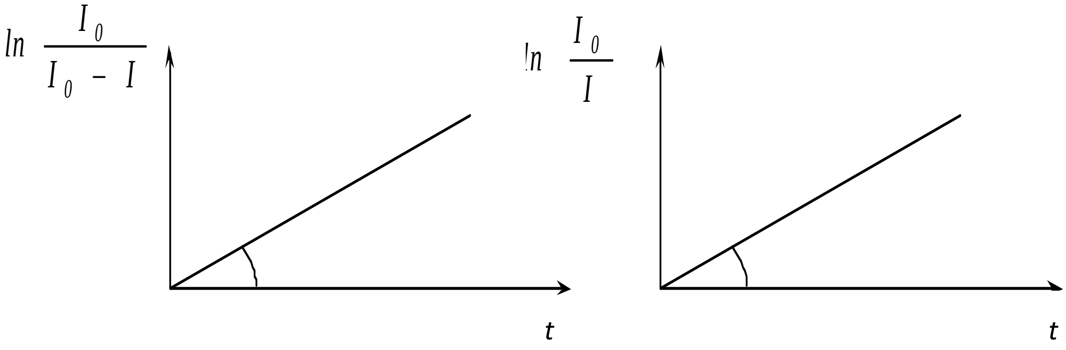

Рис. 3.35

Измерив силу тока и построив графики зависимости логарифмов от времени, по тангенсу угла наклона прямых к оси t можно найти отношение R / L. Тогда, зная R, найдем индуктивность L.

Энергия магнитного поля тока. Объемная плотность энергии

При замыкании цепи, в которой есть катушка индуктивности, ток в цепи возрастает плавно, при размыкании цепи – плавно убывает. Работа источника тока в первом случае частично идет на создание в катушке магнитного поля, энергия которого при размыкании цепи расходуется на поддержание тока. Найдем энергию магнитного поля.

Мощность, расходуемая источником тока на преодоление ЭДС самоиндукции, $P_c = I\,\varepsilon_c$. Поскольку по модулю $\varepsilon_c = L\,\dfrac{dI}{dt}$, работа, совершаемая источником за время dt, равна

$$\delta A = P_c\,dt = LI\,\frac{dI}{dt}dt = LI\,dI\,.$$

Энергия магнитного поля катушки индуктивностью L равна работе источника, совершенной им за время установления стационарного значения тока I, т.е. интегралу от $P_c\,dt$:

$$W_m = \int_0^\infty P_c\,dt = L\int_0^I I\,dI = \frac{LI^2}{2}. \qquad (3.42)$$

Выразим энергию магнитного через индукцию магнитного поля B. Возьмем длинный соленоид объемом V, в котором магнитное поле однородно. Индуктивность соленоида, согласно (3.38), $L = \mu_0 n^2 V$, а индукция поля в нем, согласно (3.15), $B = \mu_0 n I$, откуда $I = \dfrac{B}{\mu_0 n}$.

Подставив L и I в (3.42), получим

$$W = \frac{B^2}{2\mu_0}V\,.$$

Энергия магнитного поля, запасенная в единице объема, т.е. *объемная плотность энергии*, получается делением на V:

$$w_m = \frac{B^2}{2\mu_0}\,.$$