Лекція №2

Напруженість магнітного поля

Електричне поле описується вектором напруженості електричного поля $\vec{E}$. Можна сказати, що, так як електричне поле створюється різницею потенціалів, то розмірність напруженості електричного поля $[\vec{E}] = \text{В/м}$.

По аналогии с этим рассуждением введем

напруженість магнітного поля $\vec{H}$.

Так як магнітне поле створюється електричними струмами, то розмірність напруженості магнітного поля $[\vec{H}] = \text{А/м}$.

Таким чином магнітне поле можна описувати в термінах магнітної індукції $\vec{B}$, так і в термінах напруженості магнітного поля . У вакуумі між цими двома характеристиками існує дуже простий зв'язок

$$\vec{B} = \mu_0 \vec{H},$$

де μ_0 - магнітна стала

З цієї формули видно, що вектори $\vec{B}$ і $\vec{H}$ спрямовані в одну сторону.

Особливо підкреслимо той факт, що ця стала в СІ є розмірної та її чисельне значення дорівнює

$$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}\,\text{Гн/м},$$

де, забігаючи вперед, скажемо, що Гн – одиниця виміру індуктивності, читається *Генрі*. З визначення магнітної сталої випливає що

$$\text{Гн} = \frac{\text{Тл} \cdot \text{м}^2}{\text{А}}.$$

Також, забігаючи наперед, зауважимо, що в ізотропних середовищах зв'язок між магнітною індукцією і напруженістю магнітного поля визначається виразом

$$\vec{B} = \mu \cdot \mu_0 \vec{H},$$

де μ є безрозмірним коефіцієнтом і називається *магнітною проникністю речовини*.

Для повітря значення магнітної проникності дуже близько до одиниці

$$\mu \cong 1.$$

Для вакууму магнітна проникність точно дорівнює одиниці $\mu = 1$.

Відзначимо ще той факт, що якщо в задачі нічого не сказано про середовище, в якій розглядається магнітне поле, то вважаємо, що $\mu = 1$.

Закон Біо–Савара–Лапласа

У попередніх параграфах ми встановили, як діє магнітне поле на рухомі заряди і струми. При цьому ми вважали відомою індукцію поля $\vec{B}$. Тепер ми сформулюємо закон, що дозволяє обчислювати магнітну індукцію $\vec{B}$ поля, створеного струмом, що тече по провіднику. Цей закон отримано узагальненням дослідних фактів і носить назву закону *Біо-Савара-Лапласа*.

Нехай струм тече по довгому тонкому провіднику довільної форми (рис.2). Візьмемо який-небудь відрізок провідника $d\vec{l}$ настільки малої довжини, що його можна вважати прямолінійним.Похідна $I\,d\vec{l}$ називають **елементом струму** Закон Біо–Савара–Лапласа стверджує, що індукція $d\vec{B}$ *магнітного поля, створеного лінійним елементом струму в точці M на відстані* r *від нього, виражається формулою*

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{I[d\vec{l}, \vec{r}]}{r^3} \text{ або } d\vec{H} = \frac{1}{4\pi} \cdot \frac{I[d\vec{l}, \vec{r}]}{r^3}.$$

таким чином пропорційна силі струму I і обернено пропорційна квадрату відстані, вектор $\vec{r}$ з'єднує лінійний елемент струму з досліджуваної точкою M (див. рис.2).

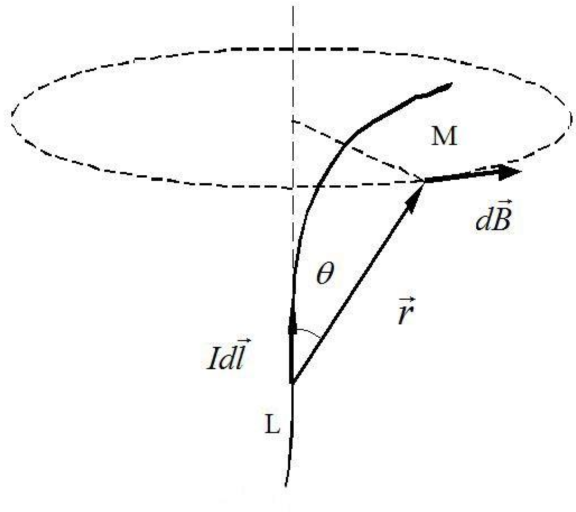

Рис.2

Індукцію магнітного поля $\vec{B}$, створеного провідником у точці *M*, можна знайти, якщо підрахувати векторну суму магнітних полів $d\vec{B}$, створених в цій точці кожним елементом струму $Id\vec{l}$, на які ми подумки розбиваємо провідник. Підсумовування полів зводиться до обчислення інтеграла по контуру L, створеним цим провідником. У разі, коли провідник і точка спостереження *M* знаходятся в одній плоскості, всі вектори $d\vec{B}$ мають однаковий напрям, і цей інтеграл набуває вигляду

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int_L \frac{\sin\theta\, dl}{r^2} \text{ або } H = \frac{I}{4\pi} \int_L \frac{\sin\theta\, dl}{r^2},$$

де θ – кут між векторами $d\vec{l}$ і $\vec{r}$.

Знайдемо за допомогою закону Біо-Савара-Лапласа індукцію магнітного поля прямого і колового струмів.

Магнітне поле прямого стуму

Лінії магнітної індукції $\vec{B}$ поля, створеного струмом I, поточним по прямолінійному провіднику являють собою концентричні кола, що лежать в перпендикулярній до провідника площині (рис.3). Напрямок ліній індукції визначається *правилом правого гвинта: якщо гвинт обертати за напрямком ліній* $\vec{B}$*, він рухається уздовж напряму струму* I.

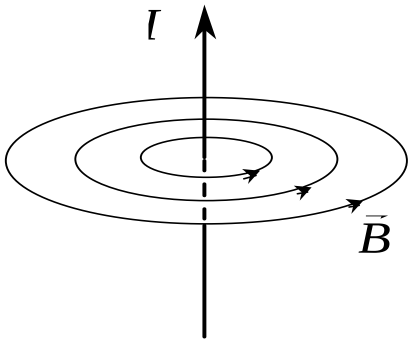

Рис.3

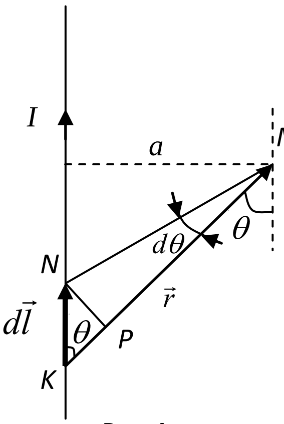

Рис.4

Виділимо на провіднику лінійний елемент $d\vec{l}$ і з'єднаємо його початок з точкою M. Кут між радіус-вектором $\vec{r}$ і елементом $d\vec{l}$ дорівнює θ. Під малим кутом $d\theta$ з точки M видний елемент $d\vec{l}$. Відстань від M до провідника дорівнює a. З трикутника KNP слідує що $dl\sin\theta = NP$. З іншої сторони $NP = rd\theta$ (справедливо для малих $d\theta$). Таким чином. $dl\sin\theta = rd\theta$. Тоді маємо

$$H = \frac{I}{4\pi}\int_L \frac{\sin\theta\, dl}{r^2} = \frac{I}{4\pi}\int_L \frac{rd\theta}{r^2} = \frac{I}{4\pi}\int_L \frac{d\theta}{r}.$$

Зауважимо, що $r = a/\sin\theta$, отримаємо

$$H = \frac{I}{4\pi}\int_L \frac{d\theta}{r} = \frac{I}{4\pi}\int_L \frac{\sin\theta\cdot d\theta}{a} = \frac{I}{4\pi a}\int_L \sin\theta\cdot d\theta.$$

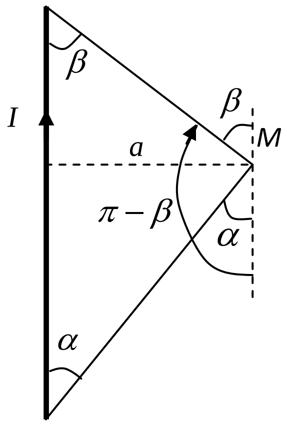

Рис.5

З рис.5 видно, що криволінійний інтеграл зводиться до визначеного інтегралу за θ в границях від α до $\pi - \beta$:

$$H = \frac{I}{4\pi a}\int_{\alpha}^{\pi-\beta} \sin\theta\, d\theta =$$

$$= \frac{-I}{4\pi a}\cos\theta\Big|_{\alpha}^{\pi-\beta} = \frac{-I}{4\pi a}\left(\cos(\pi-\beta) - \cos(\alpha)\right),$$

де α і β – кути, під якими кінці провідника видно з точки M.

Так як. $\cos(\pi-\beta) = -\cos\beta$, то отримаємо:

$$H = \frac{I}{4\pi a}(\cos\alpha + \cos\beta).$$

У випадку нескінченно довгого провідника кути α і β прагнуть до нуля, тоді $\cos\alpha = \cos\beta = 1$, і ми приходимо до формули для напруженості магнітного поля нескінченно довгого провідника:

$$H = \frac{I}{2\pi a}.$$

Магнітне поле кругового струму

Обчислимо напруженість магнітного поля, створеного струмом, поточним для кругового контуру. Лінії індукції навколо контуру показано на рис.6.

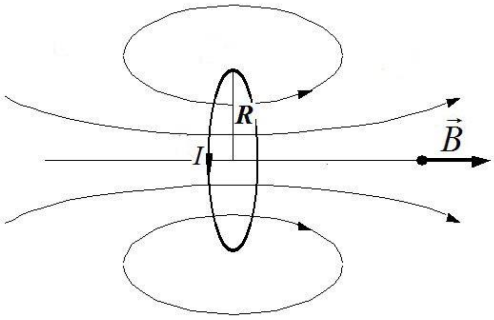

Рис.6

Знайдемо магнітне поле в точці M на осі контуру на відстані x від його центру (рис.7).

Елемент струму $Id\vec{l}_1$, взятий у верхній точці контуру L, створюється в точці M поле $d\vec{B}_1$, а елемент $Id\vec{l}_2$ в нижній точці – поле $d\vec{B}_2$. Відстань r від цих елементів до точки M одне і те ж. Безліч елементів $Id\vec{l}$, на які ми подумки розіб'ємо контур L, дає безліч елементів $d\vec{H}$ створеного ними магнітного поля, які утворюють бічну поверхню конуса.

Сума цих векторів і є шуканий вектор $\vec{H}$ магнітного поля колового струму, перпендикулярний його площині. Модуль вектора $\vec{H}$ дорівнює інтегралу від

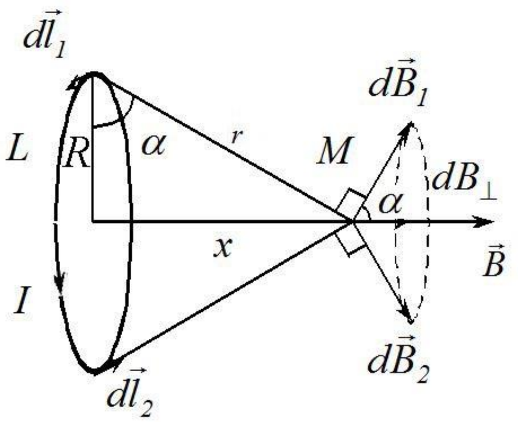

Рис.7

$dH_\perp = dH \cdot \cos\alpha$. Скориставшись формулою $dH = \dfrac{I}{4\pi}\dfrac{\sin\theta\, dl}{r^2}$ в якій $\sin\theta = 1$ так як. вектор $\vec{r}$ перпендикулярний $d\vec{l}$.

$$H = \int_L dH_\perp = \frac{I}{4\pi r^2}\int_L dl \cdot \cos\alpha,$$

де ми врахували, що для кожної точки колового струму $r = const$.

З малюнка видно що $\cos\alpha = R/r$. Також зазначимо, що інтегрування вздовж контуру дає довжину окружності $\int_L dl = 2\pi R$.

Отримаєм

$$H = \frac{I}{4\pi r^2}\int_L dl \cdot \cos\alpha = \frac{IR}{4\pi r^3}\int_L dl = \frac{IR}{4\pi r^3}2\pi R = \frac{IR^2}{2r^3}.$$

Враховуючи, що $r = \sqrt{R^2 + x^2}$, остаточно маємо

$$H = \frac{I R^2}{2(R^2 + x^2)^{3/2}}.$$

В центрі колового струму $x = 0$ і отримуємо важливий окремий випадок

$$H = \frac{I}{2R}.$$