Лекція №4

Магнітна взаємодія струмів

Нехай струми I_1 и I_2 течуть в одному напрямку по двох паралельних, дуже довгим провідникам, відстань між якими a багато менше їх довжини (мал.1).

Знайдемо силу взаємодії цих струмів. магнітна індукція B_1 поля, створеного струмом I_1 на лінії розташування другого провідника,

$$B_1 = \frac{\mu_o I_1}{2\pi a}.$$

Відповідно до закону Ампера, на струм I_2 діє сила

$$F_{21} = I_2 B_1 l = \frac{\mu_o I_1 I_2 l}{2\pi a},$$

де l – довжина провідника.

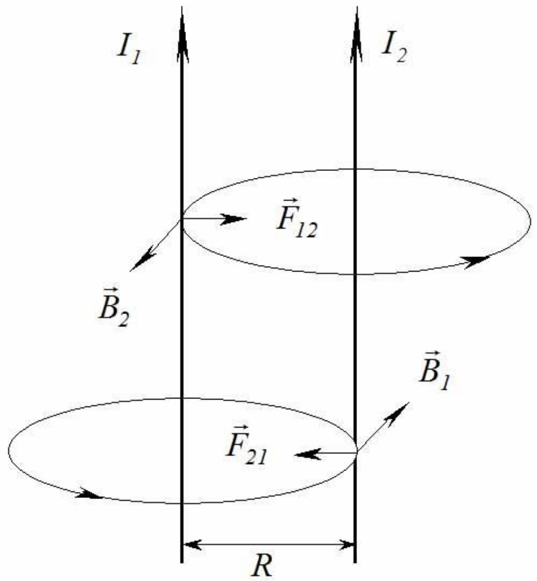
Сила F_{12}, діюча на перший струм з боку другого, як легко бачити, виражається тією ж формулою. Ця сила пропорційна кожному з струмів і обернено пропорційна відстані між ними.

Отримана формула дозволяє визначити одиницю сили струму.

$$\frac{F}{l} = \frac{\mu_o}{4\pi} \cdot \frac{2I^2}{a} = 2 \cdot 10^{-7}\ H/\text{м},$$

при $I = 1A, \quad a = 1$м.

За допомогою цієї формули в СІ визначають ампер.



Мал.1

1 ампер - сила не змінюється струму, який, протікаючи по двох паралельних нескінченно довгих провідниках нескінченно малого перетину, що знаходиться на відстані одного метра один від одного, викликає силу їх взаємодії, що дорівнює $2 \cdot 10^{-7}$ ньютон на кожен метр довжини провідників:

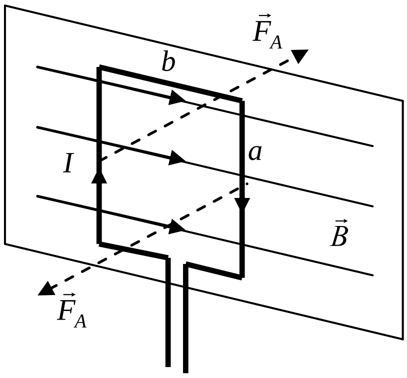
Одиниця сили струму – *ампер* – в СІ є однією з основних (поряд з метром, кілограмом, секундою). Одиниця заряду - кулон - похідна від ампера.

1 кулон – це заряд, який проходить через поперечний переріз провідника за 1 секунду, якщо по цьому провіднику тече струм силою в 1 ампер.

Магнітний момент витка зі струмом

Електричне поле досліджується за допомогою пробного електричного заряду. Наявність магнітного поля можна виявити поміщаючи виток зі струмом в досліджувану область простору.

Розглянемо поведінку замкнутого проводить контуру зі струмом I в однорідному магнітному полі. Як контуру візьмемо прямокутну рамку зі сторонами a і b (мал.).



Нехай площина рамки збігається з напрямком вектора $\vec{B}$. На паралельні сторони з довжинами a магнітне поле не діє, а на боку з довжинами b діє сила Ампера напрям якої визначаємо за правилом лівої руки. Так як кут між струмом і вектором $\vec{B}$ в цьому випадку становить 90^0, то

$$F_A = IaB.$$

Пара таких сил (мал.) створює обертаючий момент (сила помножена на плече)

$$M = F_A b.$$

Підставляючи в останню рівність силу F_A отримаємо

$$M = I\,ab\,B = I\,S\,B = p_m B.$$

де $p_m = I \cdot ab = I \cdot S$ називається магнітним моментом, а S являє собою площу витка. З визначення випливає, що магнітний момент вимірюється в амперах помножений на квадратний метр:

$$[p_m] = \text{А} \cdot \text{м}^2.$$

У загальному випадку вираз обертального моменту можна уявити в векторному вигляді:

$$\vec{M} = [\vec{p}_m, \vec{B}],$$

де $\vec{p}_m = I \cdot S \cdot \vec{n}$. Вектор $\vec{n}$ - нормаль (перпендикуляр) до площини витка, а його напрямок погоджено з напрямком струму за правилом правого гвинта.

Момент, що обертає, діючий на рамку, звертається в нуль в той момент, коли вектор $\vec{p}_m$ стає паралельним вектору $\vec{B}$, тобто площину рамки розташовується перпендикулярно лініям магнітного поля. Такий стан рамки стійко, оскільки, як видно з мал. на неї діють розтягують сили, що перешкоджають рамці відхилятися від цього положення.

Таким чином, дія однорідного магнітного поля на замкнутий контур з струмом зводиться до повороту контуру і орієнтації вектора його магнітного моменту $\vec{p}_m$ паралельно вектору магнітної індукції $\vec{B}$.

Робота при переміщенні провідника зі струмом в магнітному полі

Візьмемо контур, одна зі сторін якого - перемичка довжиною l – рухлива і може переміщатися паралельно самій собі уздовж осі X (мал.). Магнітне поле $\vec{B}$ направлено перпендикулярно площині контура - за креслення (від «нас»). По контуру тече струм I, тому на перемичку діє постійна сила, спрямована за правилом лівої руки зліва направо:

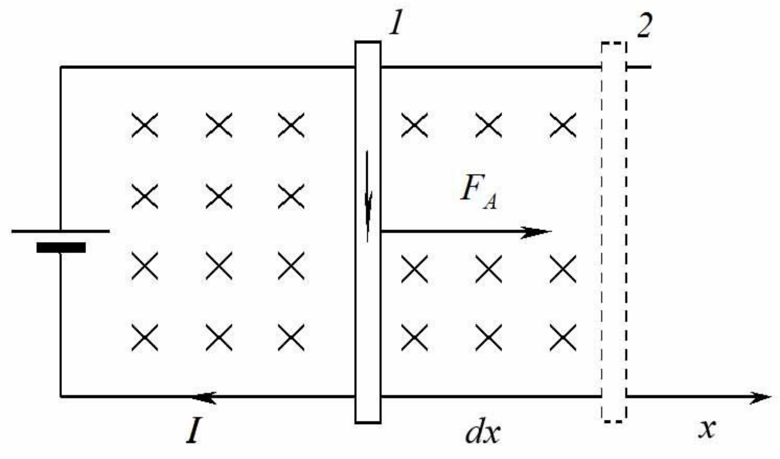
$$F_A = IBl\,.$$

Під дією цієї сили перемичка буде рухатися. При переміщенні перемички з положення 1 в положення 2, відстань між якими dx, сила F_A здійснює роботу

$$dA = F_A\,dx = IBl\,dx = IBdS,$$

де добуток $l\,dx$ дорівнює площі dS, яку "замітає" перемичка при своєму русі. Добуток BdS позначимо $d\Phi$ і будемо називати магнітним потоком через цю площу. Тоді

$$dA = I\,d\Phi\,.$$



Мал.

Можна показати, що дана формула справедлива при будь-якій взаємній орієнтації контуру зі струмом і вектора індукції магнітного поля $\vec{B}$. Таким чином, механічна робота переміщення провідника зі струмом в магнітному полі дорівнює добутку сили струму в провіднику на величину пересічної їм потоку вектора магнітної індукції.

Отриманий результат можна застосувати для підрахунку роботи переміщення замкнутого контуру зі струмом в магнітному полі за умови, що сила струму в ньому підтримується постійною. Ця робота дорівнює

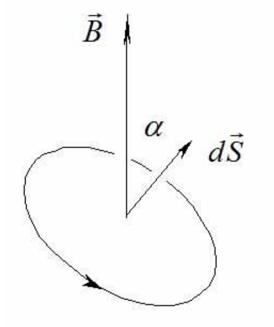
$$A = I\,(\Phi_2 - \Phi_1) = I\Delta\Phi\,.$$

Потік вектора магнітної індукції

Нехай нескінченно мала площадка dS знаходиться в магнітному полі індукцією $\vec{B}$ (мал.). Зазначимо стрілкою напрямок обходу обмежує цю площадку контуру. Воно пов'язане з напрямком позитивної нормалі до площадки $\vec{n}$ правилом правого гвинта ($\vec{n}$ – одиничний вектор).

Магнітним потоком $d\Phi$ вектора $\vec{B}$ крізь нескінченно малу площадку називається добуток її площі dS на модуль $\vec{B}$ і на косинус кута між вектором $\vec{B}$ і нормаллю до площадки:

$$d\Phi = B\,dS\cos\alpha.$$



Мал.

Введемо вектор площадки $d\vec{S} = \vec{n}\,dS$, збігається за напрямком з $\vec{n}$. Тоді потік $d\Phi$ можна представити у вигляді скалярного добутку:

$$d\Phi = \vec{B}\,d\vec{S}.$$

Потік крізь поверхню S дорівнює інтегралу по цій поверхні від $\vec{B}\,d\vec{S}$:

$$\Phi = \int_S \vec{B}\,d\vec{S}.$$

Значення підінтегральної функції беруться в точках цієї поверхні.

Одиницею вимірювання магнітного потоку в СІ є *вебер* (Вб). Як випливає з визначення магнітного потоку $1\text{Вб} = 1\text{Тл}\cdot 1\text{м}^2$.

Зауважимо, що одиницю виміру магнітного потоку вебер можна уявити в іншому вигляді

$$\text{Вб} = \text{Тл}\cdot\text{м}^2 = \frac{\text{Н}}{\text{А}\cdot\text{м}}\cdot\text{м}^2 = \frac{\text{Н}\cdot\text{м}}{\text{А}} = \frac{\text{Дж}}{\text{Кл/с}} = \frac{\text{Дж}}{\text{Кл}}\cdot\text{с} = \text{В}\cdot\text{с}.$$

Тобто вебер є вольт помножений на секунду.

У разі однорідного магнітного поля магнітний потік через плоску поверхню визначається наступним виразом

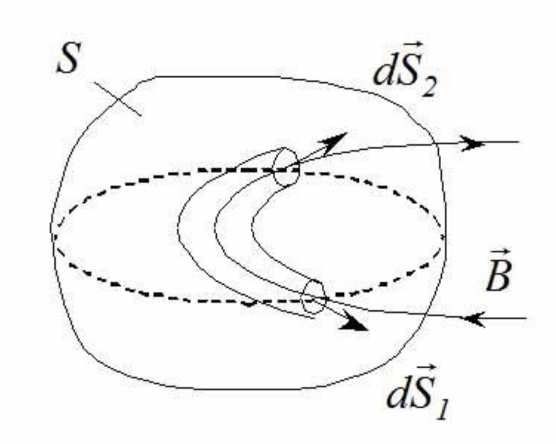
$$\Phi = BS\cos\alpha.$$

Теорема Остроградського-Гаусса для вектора магнітної індукції

Розглянемо замкнуту поверхню S, що знаходиться в магнітному полі індукцією $\vec{B}$ (Мал.). Теорема Остроградського–Гаусса для магнітного поля стверджує, що потік вектора індукції магнітного поля $\vec{B}$ *через довільну замкнуту поверхню завжди дорівнює нулю:*

$$\oint_L \vec{B}\,d\vec{S} = 0.$$

Для доведення теореми візьмемо одну з ліній магнітної індукції $\vec{B}$ і подумки побудуємо навколо неї циліндричну поверхню у вигляді трубки малого перетину $dS_\perp$ (мал.). Ця трубка вирізає на поверхні S площадки dS_1 і dS_2, вектори нормалей яких $d\vec{S}_1$ і $d\vec{S}_2$ є зовнішніми по відношенню до замкнутої поверхні S. Потік вектора $\vec{B}$ через бічну поверхню трубки дорівнює нулю, так як лінії $\vec{B}$ ніде її не перетинають. Потік вектора $\vec{B}$ через першу підставу циліндра $\vec{B}d\vec{S}_1 = -BdS_\perp$, а потік через другу підставу $\vec{B}d\vec{S}_2 = BdS_\perp$. В сумі вони дають нуль. Таким чином, потік вектора $\vec{B}$ через всю поверхю трубки дорівнює нулю.



Мал.

Обсяг, обмеженого замкнутою поверхнею S, можна розбити на аналогічні трубки навколо кожної з ліній магнітної індукції $\vec{B}$. Оскільки потік крізь поверхню будь-якої з трубок дорівнює нулю, потік вектора $\vec{B}$ крізь всю замкнуту поверхню S також дорівнює нулю, що і доводить теорему.

Геометричний зміст рівності нулю потоку вектора $\vec{B}$ через будь-яку замкнену поверхню полягає в тому, що лінії магнітної індукції є замкнутими.

Фізичний зміст цієї теореми полягає в тому, що в природі не існує магнітних зарядів.

Теорему Остроградського–Гаусса для потока вектора $\vec{B}$ можна записати в диференціальній формі

$$\mathrm{div}\vec{B} = 0.$$

Читається - дивергенція вектора $\vec{B}$ дорівнює нулю.

Дане рівняння є одним з рівнянь Максвелла, на яких заснована електродинаміка.