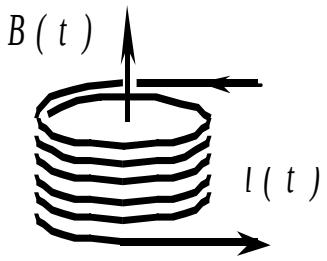
Лекція №6

Явище самоіндукції. Індуктивність

У замкнутому провідному контурі, що знаходиться в змінному магнітному полі, завдяки явищу електромагнітної індукції виникає індукційний струм. При цьому магнітне поле може бути створене струмом, поточним по цьому ж контуру. Якщо струм змінюється, то змінюється і створене ним магнітне поле. В результаті в контурі за законом Фарадея з'являється ЕРС індукції.

Явище виникнення ЕРС індукції в контурі, по якому тече змінний струм, називається явищем самоіндукції.



Мал. 3.25

Знайдемо електрорушійну силу самоіндукції. Візьмемо котушку, в якій тече змінюється в часі електричний струм $I(t)$ (мал. 3.25). Цей струм створює в котушці магнітне поле B, яке також буде змінюватися в згоді зі зміною струму.

Повний потік магнітної індукції Ψ, пронизуючий всі витки котушки (називають потокозчеплення), пропорційний індукції поля B, яка, в свою чергу, пропорційна силі струму I в цій котушці ($\Psi \sim B \sim I$).Зв'язок повного магнітного потоку зі струмом в котушці можна представити у вигляді

$$\Psi = L\,I\,. \qquad (3.35)$$

Формула (3.35) справедлива для будь-якого замкнутого провідника. Коефіцієнт пропорційності L називається індуктивністю або коефіцієнтом самоіндукції провідника.

Підставивши Ψ в (3.34) замість Φ, отримаємо (при умові $L = const$) формулу для ЕРС самоіндукції:

$$\varepsilon_c = -L\,\frac{dI}{dt}\,. \qquad (3.36)$$

Електрорушійна сила самоіндукції, що виникає в замкнутому провіднику, по якому тече змінний струм, дорівнює взятому з протилежним знаком добутку коефіцієнта самоіндукції цього провідника на швидкість зміни струму в ньому.

Як випливає з формули (3.36*), коефіцієнт самоіндукції L чисельно дорівнює електрорушійної силі, що виникає в провіднику, по якому тече струм, що змінюється на один ампер за секунду. Він залежить від розмірів і форми провідника, а також магнітних властивостей речовини, що оточує провідник. Коефіцієнт самоіндукції котушки має постійне значення, якщо в ній немає осердя з феромагнітного* матеріалу, магнітна проникність якого залежить від сили струму (см. § 3.24).

Одиницею індуктивності в СІ є *генрі* (Гн). *Індуктивність провідника дорівнює 1 генрі, якщо зміна струму в ньому на 1 ампер за 1 секунду призводить до виникнення електрорушійної сили самоіндукції в 1 вольт.*

Якщо струм в провіднику зростає, ЕРС самоіндукції спрямована в бік, протилежний току, тобто перешкоджає його наростання. Якщо струм зменшується, то ЕРС самоіндукції перешкоджає його зменшення. Тому явище самоіндукції призводить до збільшення опору провідника змінному струмі.

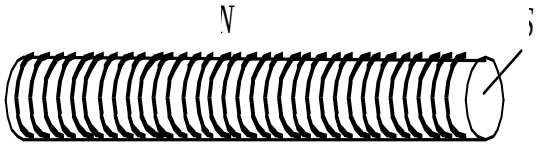
Коефіцієнт самоіндукції L провідника в електродинаміки є аналогом маси тіла в механіці. Чим більше L, тим повільніше змінюється струм в провіднику внаслідок зміни прикладеного до провідника напруги.

Для ілюстрації сказаного розглянемо приклад. Знайдемо індуктивність довгого соленоїда (мал. 3.26).

Магнітний потік через площу поперечного перерізу соленоїда S

$$\Phi = BS.$$

Відповідно до формули (3.15), магнітне поле в соленоїді $B = \mu_0 \frac{N}{l} I$, де N – число витків, l – довжина соленоїда.



Мал. 3.26

Згідно із законом Фарадея ЕРС індукції в обмотці соленоїда складається з суми ЕРС в кожному з N його витків.Тому

$$\varepsilon = -N \frac{d\Phi}{dt} = -\mu_0 \frac{N^2}{l} S \cdot \frac{dI}{dt}.$$

Порівняння з формулою (3.36) показує, що

$$L = \mu_0 \frac{N^2}{l^2} lS = \mu_0 n^2 V, \qquad (3.38)$$

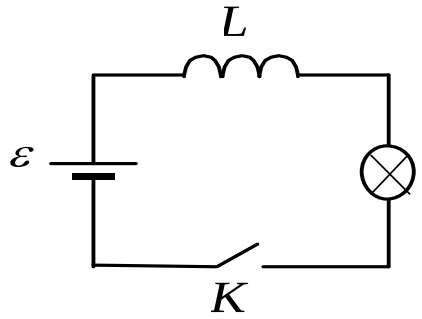
де $n = N/l$ – лінійна щільність числа витків, $V = Sl$ – обсяг соленоїда.

Індуктивність соленоїда пропорційна його об'єму, тобто розміром області простору, в якій існує магнітне поле, і квадрату щільності витків соленоїда.

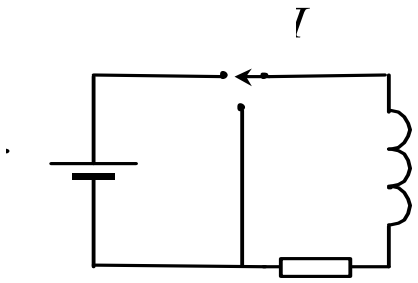
Електричний струм при замиканні і розмиканні ланцюга, що містить індуктивність

Явище самоіндукції можна спостерігати на простому досвіді: при підключенні до джерела ЕРС лампи розжарювання і послідовно з'єднаної з нею котушки (рис. 3.32) лампа спалахує не миттєво, а протягом деякого часу, тим більшого, чим більше індуктивність котушки. Це пов'язано з виникненням в котушці ЕРС самоіндукції, яка перешкоджає наростанню струму. У момент відключення джерела напрямок ЕРС самоіндукції збігається з напрямком ЕРС джерела і лампа на мить спалахує більш яскравим світлом.

Розглянемо це явище більш детально. Скористаємося схемою, зображеної на рис. 3.33. При підключенні джерела струму (перемикач П переводиться в положення 1) наростання струму внаслідок наявності в ланцюзі індуктивності L відбувається поступово, тому що поряд з ЕРС джерела ε діє зворотна по напрямку електрорушійна сила самоіндукції (3.36). Згідно із законом Ома струм в ланцюзі



Мал. 3.32



Мал. 3.33

$$I = \frac{\varepsilon + \varepsilon_c}{R} = \frac{\varepsilon}{R} - \frac{L}{R} \cdot \frac{dI}{dt},$$

де R – опір ланцюга.

Змінні I і t в цьому диференціальному рівнянні можна розділити. Позначивши $I_0 = \frac{\varepsilon}{R}$, отримаємо

$$\frac{dI}{I_0 - I} = \frac{R}{L} dt.$$

Після інтегрування маємо

$$-ln(I_0 - I) = \frac{R}{L} t + ln\, C,$$

де C – константа інтегрування.

Оскільки при $t = 0$ сила струму $I = 0$, то $ln\, C = -ln\, I_0$. Після потенціювання виходить формула, що виражає закон наростання струму:

$$I(t) = I_0(1 - e^{-\frac{R}{L}t}). \qquad (3.40)$$

З неї випливає, що I_0 – сила сталого струму, поточного в ланцюзі після завершення перехідних процесів, тобто при $t \to \infty$.

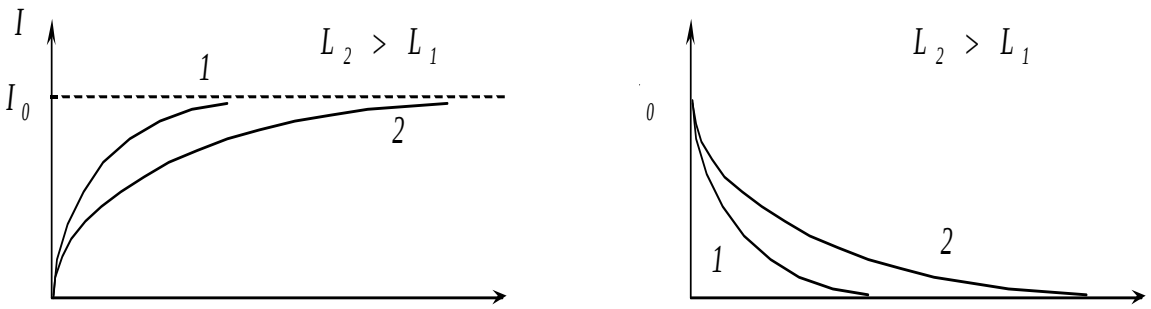
При розмиканні ланцюга (перемикач П в положенні 2) спостерігається плавне падіння струму. Згідно із законом Ома

$$I = \frac{\varepsilon_c}{R} = -\frac{L}{R} \cdot \frac{dI}{dt}.$$

Поділяючи змінні та інтегруючи при початковій умові $I(0) = I_0$, отримаємо закон спаданням струму:

$$I(t) = I_0 \, e^{-\frac{R}{L}t}. \qquad (3.41)$$

На мал. 3.34 наведені графіки залежності струму від часу при замиканні і розмиканні ланцюга при двох значеннях індуктивності. Графіки прояснюють зміст індуктивності як заходи інертності електричного кола по відношенню до зміни струму в ній. При цьому опорі R наростання і спад струму буде тим більш плавним, чим більше індуктивність ланцюга L.
Вираз L/R називають часом релаксації і позначають



а б

Мал.3.34

$$\tau = \frac{L}{R}.$$

Тоді закон спаданням струму набуде вигляду

$$I(t) = I_0 \, e^{-\frac{t}{\tau}},$$

звідси видно, що
час релаксації цей час, за яке струм зменшується в е раз.

Енергія магнітного поля струму. Густина енергії

При замиканні ланцюга, в якій є котушка індуктивності, струм в ланцюзі зростає плавно, у разі роз'єднання ланцюга - плавно убуває. Робота джерела струму в першому випадку частково йде на створення в котушці магнітного поля, енергія якого при розмиканні ланцюга витрачається на підтримку струму. Знайдемо енергію магнітного поля.

Потужність, що витрачається джерелом струму на подолання ЕРС самоіндукції, $P_c = I\,\varepsilon_c$. Оскільки по модулю $\varepsilon_c = L\,\dfrac{dI}{dt}$, робота, що здійснюються джерелом за час dt, дорівнює

$$\delta A = P_c\,dt = LI\,\frac{dI}{dt}\,dt = LI\,dI .$$

Енергія магнітного поля котушки індуктивністю L дорівнює роботі джерела, зробленої ним за час встановлення стаціонарного значення струму I, тобто інтегралу від $P_c\,dt$:

$$W_m = \int_0^{\infty} P_c\,dt = L\int_0^{I} I\,dI = \frac{LI^2}{2}. \qquad (3.42)$$

Виразимо енергію магнітного через індукцію магнітного поля *B*. Візьмемо довгий соленоїд об'ємом V, в якому магнітне поле є однорідним. Індуктивність соленоїда, згідно (3.38), $L = \mu_0 n^2 V$, а індукція поля в ньому, згідно (3.15), $B = \mu_0 nI$, звідки $I = \dfrac{B}{\mu_0 n}$. Підставивши L і I в (3.42), отримаємо

$$W = \frac{B^2}{2\mu_0}V .$$

Енергія магнітного поля, запасена в одиниці об'єму, тобто об'ємна щільність енергії, виходить розподілом на V:

$$w_m = \frac{B^2}{2\mu_0}.$$