

# ПОСТІЙНИЙ ЕЛЕКТРИЧНИЙ СТРУМ

## 1. Електричний струм. Основні характеристики електричного струму.

**Електричним струмом** називається впорядкований (спрямований) рух електричних зарядів (рис 1). Для протікання струму необхідна наявність в провіднику заряджених частинок носіїв заряду), які можуть переміщатись в межах всього провідника.

**Носіями заряду** в провідних середовищах можуть бути електрони, іони, «дірки» і навіть макроскопічні заряджені частинки.

Струм, що виникає в провідних середовищах, називається **струмом провідності**. Прикладом струму провідності є струм в металах.

Для виникнення й існування електричного струму необхідне виконання двох умов:

- 1) наявність вільних носіїв зарядів;
- 2) наявність зовнішнього електричного поля;

<https://www.youtube.com/watch?v=xTuqPfJkIPU&list=PLtQqrP6X6Mr3a1pH2qIySSd7fxtw5t3jh&index=1>

За напрямком електричного струму умовно приймають напрямок руху позитивних електричних зарядів.

Про існування електричного струму можна судити по діям електричного струму (теплової, хімічної або магнітної).

<https://www.youtube.com/watch?v=GhYbqq8-X0U&list=PLtQqrP6X6Mr3a1pH2qIySSd7fxtw5t3jh&index=3>

Кількісною характеристикою електричного струму є сила струму.

**Сила струму** - скалярна фізична величина, що дорівнює заряду, який переноситься через поперечний переріз провідника за одиницю часу

$$I = \frac{dq}{dt}, \quad [I] = \frac{Cл}{с} = A \quad (1.1)$$

Якщо сила струму та його напрям не змінюється, то струм називається *постійним*.

- для постійного струму:

$$I = \frac{q}{t}, \quad (1.2)$$

де  $q$  – заряд, що пройшов через поперечний переріз провідника за одиницю часу  $t$ .

Для характеристики розподілу електричного струму по перерізу провідника вводять вектор густини струму.

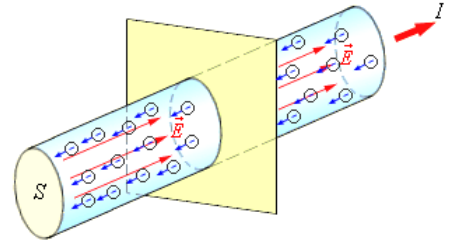


Рис 1

**Густина струму** – векторна величина, яка чисельно дорівнює сили струму, що проходить через одиницю площі перерізу провідника, який проведений перпендикулярно до напрямку струму (рис.2):

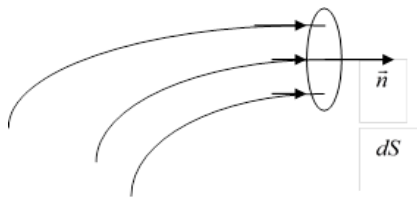


Рис 2.

$$j = \frac{dI}{dS}, \quad j = \left[ \frac{A}{m^2} \right] \quad (1.3)$$

- для постійного струму

$$j = \frac{I}{S},$$

де  $S$  - площа поперечного перерізу провідника.

У загальному випадку сила струму дорівнює потоку вектора крізь поверхню поперечного перерізу провідника

$$I = \int_S j_n dS = \int_S \vec{j} \cdot \vec{dS}, \quad (1.5)$$

де  $j_n$  - проекція вектора густини струму на напрям нормалі до елемента площі  $dS$ .

Виразимо густина струму  $\vec{j}$  через середню швидкість  $\langle v \rangle$  впорядкованого руху зарядів в провіднику. Розглянемо елемент провідника зі струмом  $I$  (рис 3). Через поперечний переріз провідника за час  $t$  проходить заряд  $q$ , тоді густина струму

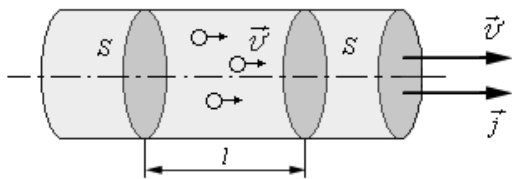


Рис 3

$$j = \frac{I}{S} = \frac{q}{St} = \frac{q_0 \cdot N}{St} = \frac{q_0 n V}{St} = \frac{q_0 n l S}{St} = q_0 n \langle v \rangle \quad (1.6)$$

де  $n$  - концентрація зарядів,  $\langle v \rangle$  - модуль середньої направленої руху вільних носіїв заряду в провіднику (дрейфова швидкість)

**Густиною електричного струму** провідності називається вектор, напрям якого збігається з напрямом вектора швидкості  $\vec{v}$  упорядкованого руху позитивних зарядів, а значення визначається формулою

$$\vec{j} = ne \langle \vec{v} \rangle. \quad (1.7)$$

## 2. Електрорушійна сила. Спад напруги.

Постійний струм проходить у провіднику доки існує стаціонарне електричне поле, тобто існує на його кінцях різниця потенціалів. При проходженні струму за рахунок перерозподілу в провіднику зарядів відбувається зрівняння потенціалів і напруженість електричного поля всередині провідника зменшується до нуля і струм припиняється. Для підтримання в колі постійного струму необхідно мати пристрій (джерело струму), в якому позитивні заряди переносяться проти напрямку сил електричного поля. Таке переміщення носіїв позитивного заряду можна тільки за допомогою сил неелектричного походження, які називаються сторонніми.

*Сторонні сили* – це сили не електростатичного походження, що діють на заряди з сторони джерела струму. Ці сили можуть бути різного походження: хімічного – у гальванічних елементах і акумуляторах, механічного – у роторних генераторах електричного струму, теплового – у термоелектричних генераторах, оптичного – у сонячних батареях, тощо.

Фізична величина, що чисельно дорівнює роботі, яка виконується сторонніми силами під час переміщення одиничного позитивного заряду по замкненому колу, називається *електрорушійною силою (ЕРС)*:

$$\varepsilon = \frac{A_{ст}}{q}, \quad [\varepsilon] = \frac{\text{Дж}}{\text{Кл}} = \text{В}. \quad (2.1)$$

Робота сторонніх сил по замкненому контуру не дорівнює нулю:

$$\vec{F}_{ст} = q\vec{E}_{ст},$$

Робота сторонніх сил над зарядом на замкненій ділянці кола дорівнює

$$A = \int_L \vec{F}_{ст} d\vec{l} = q \int_L \vec{E}_{ст} d\vec{l} \neq 0, \quad (2.2)$$

або

$$\varepsilon = \frac{A}{q} = \int_L \vec{E}_{ст} d\vec{l}, \quad (2.3)$$

де  $d\vec{l}$  - переміщення заряду  $q$ .

*ЕРС, що діє в замкненому колу визначається циркуляцією вектора напруженості сторонніх сил.*

При розімкненому колі крім сторонніх сил діють сили електростатичного поля, тоді результуюча сила, що діє на заряд буде дорівнювати:

$$\vec{F} = \vec{F}_{ст} + \vec{F}_e = q(\vec{E}_{ст} + \vec{E}_e). \quad (2.5)$$

Робота результуючої сили при переміщенні заряду на ділянці 1-2 дорівнює:

$$A = q \int_1^2 \vec{E}_{ст} d\vec{l} + q \int_1^2 \vec{E}_e d\vec{l} = q\varepsilon + q(\varphi_1 - \varphi_2). \quad (2.6)$$

*Спадом напруги (напругою) на ділянці кола 1-2 називається фізична величина, що дорівнює роботі, яка виконується електростатичними і сторонніми силами при переміщенні одиничного позитивного заряду на даній ділянці кола. Отже*

$$U = \frac{A_{1,2}}{q} = \varepsilon + (\varphi_1 - \varphi_2), \quad U = \left[ \frac{\text{Дж}}{\text{Кл}} \right] = \text{В}.$$

*Напруга на ділянки кола, дорівнює сумі різниці потенціалів і електрорушійної сили.*

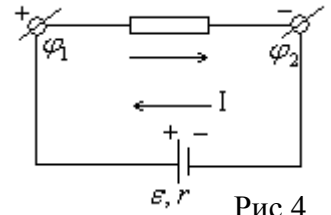


Рис.4

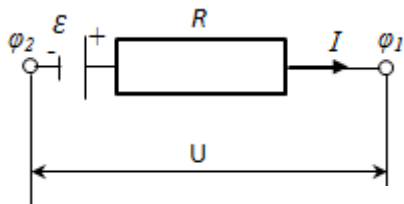


Рис.5.

Ділянка кола, на якій на носії струму діють сторонні сили, називається **неоднорідною** (рис.5). Для неоднорідної ділянки кола:

$$U = \varepsilon + (\varphi_1 - \varphi_2). \quad (2.7)$$

Ділянка кола, на якій не діють сторонні сили, називається **однорідною** (рис.6). Для однорідної ділянки ( $\varepsilon=0$ ):

$$U = \varphi_1 - \varphi_2. \quad (2.8)$$

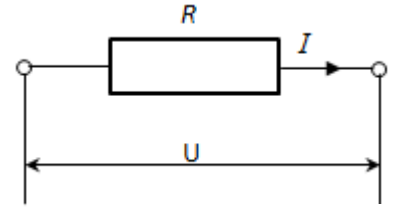


Рис.6

### 3. Закони постійного струму.

- **Закон Ома для однорідної ділянки кола.**

Між падінням потенціалу - напругою  $U$  та силою струму в провіднику  $I$  існує функціональна залежність  $I = f(U)$ , так звана **вольтамперна характеристика** даного провідника (ВАХ) (рис 7). Вид цієї залежності для різних провідників і пристроїв може бути найрізноманітним. Як показує досвід, для багатьох провідних матеріалів виконується залежність  $U = IR$  що отримала назву закону Ома (Ohm G., 1787-1854) для однорідної ділянки кола.

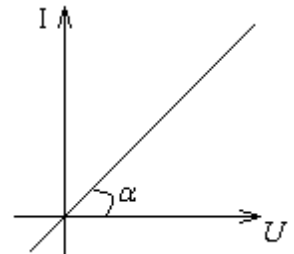


Рис 7.

*Сила струму в однорідному провіднику прямо, пропорційна різниці потенціалів на його кінцях і обернено пропорційна опору цієї ділянки:*

$$I = \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{R}, \quad (3.1)$$

де  $\varphi_1 - \varphi_2$  - різниця потенціалів,  $R$  – опір провідника.

Опір провідника залежить від матеріалу провідника і його геометричних розмірів і температури. Для однорідного циліндричного провідника:

$$R = \rho \frac{l}{S}, \quad [R] = \frac{B}{A} = \text{Ом} \quad (3.2)$$

де  $\rho$  - питомий електричний опір,

$l$ - довжина провідника,  $S$ - площа поперечного перерізу провідника

$[\rho] = \text{Ом} \cdot \text{м}$ .

[https://www.youtube.com/watch?v=2JPIEff-](https://www.youtube.com/watch?v=2JPIEff-Rvc&list=PLtQqrP6X6Mr3a1pH2qIySSd7fxtw5t3jh&index=4)

[Rvc&list=PLtQqrP6X6Mr3a1pH2qIySSd7fxtw5t3jh&index=4](https://www.youtube.com/watch?v=2JPIEff-Rvc&list=PLtQqrP6X6Mr3a1pH2qIySSd7fxtw5t3jh&index=4)

Залежність опору провідника від температури (рис 8):

$$R = R_0(1 + \alpha t), \quad (3.3)$$

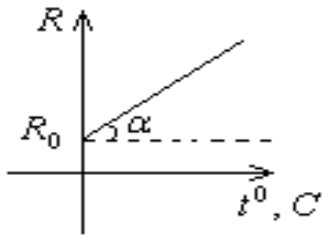


Рис.8

де  $R$  - опір за температурою  $t$ ,  $^{\circ}\text{C}$ ,  $R_0$  – опір за  $0^{\circ}\text{C}$ ;  $t$  – температура (за шкалою Цельсія);  $\alpha$  – термічний коефіцієнт опору, що залежить від матеріалу провідника.

Для чистих металів температурний коефіцієнт опору  $\alpha = 0,004\text{K}^{-1}$ . Для деяких сплавів (манганін, константан)  $\alpha$  - малий, що їм можна нехтувати, тобто вважати опір незалежним від температури.

При розгляді фізичної природи питомого опору використовують поняття питомої електричної провідності

$$\sigma = \frac{1}{\rho}, \quad [\sigma] = \frac{1}{\text{Ом} \cdot \text{м}} \quad (3.4)$$

З'єднання провідників буває послідовним і паралельним.

У разі *послідовного з'єднання провідників* кінець попереднього провідника з'єднується з початком подальшого і між провідниками струм не розгалужується:

$$\begin{aligned} I_1 &= I_2 = \dots = I_n = I, \\ U &= U_1 + U_2 + \dots + U_n, \\ R &= \sum_{i=1}^n R_i, \end{aligned} \quad (3.5)$$

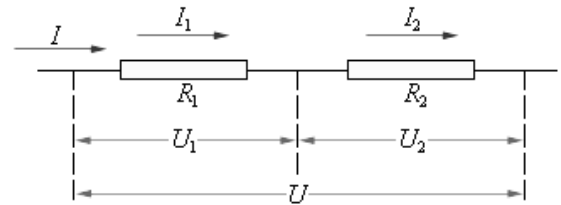


Рис 9

де  $R_i$  – опір  $i$ -го провідника;  $n$  – кількість провідників.

<https://www.youtube.com/watch?v=TzCrxrprAPg&list=PLtQqrP6X6Mr3a1pH2qIySSd7fxtw5t3jh&index=6>

[https://www.youtube.com/watch?v=40M5ln1vO\\_8&list=PLtQqrP6X6Mr3a1pH2qIySSd7fxtw5t3jh&index=7](https://www.youtube.com/watch?v=40M5ln1vO_8&list=PLtQqrP6X6Mr3a1pH2qIySSd7fxtw5t3jh&index=7)

У разі *паралельного з'єднання провідників* сила струму в не розгалуженій частини кола дорівнює сумі сил струмів, що течуть в розгалужених ділянках кола, напруга на паралеле

однакова

$$\begin{aligned} I &= I_1 + I_2 + \dots + I_n, \\ U_1 &= U_2 = \dots = U_n = U \\ \frac{1}{R} &= \sum_{i=1}^n \frac{1}{R_i}. \end{aligned} \quad (3.6)$$

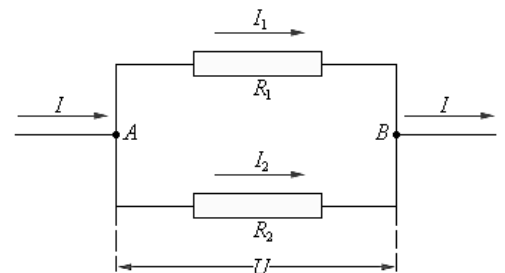


Рис 10

<https://www.youtube.com/watch?v=VAe6oMDzvhA&list=PLtQqrP6X62qIySSd7fxtw5t3jh&index=8>

<https://www.youtube.com/watch?v=myCf8XIM2KE&list=PLtQqrP6X6Mr3a1pH2qIySSd7fxtw5t3jh&index=9>

- **Закон Ома у диференціальній формі.**

Отримуємо закон Ома для однорідної ділянки кола у диференціальній формі, для цього запишемо:

- силу струму  $I$  через густину струму  $j$  :

$$I = jS,$$

- напругу на кінцях провідника  $U$ , через напруженість поля  $E$  :

$$U = El,$$

- опір провідника

$$R = \rho \frac{l}{S},$$

підставимо формули у закон Ома  $I = \frac{U}{R}$ , отримуємо:

$$jS = \frac{El}{\rho \frac{l}{S}}, \quad (3.7)$$

після скорочення:

$$j = \frac{E}{\rho}, \quad (3.8)$$

З урахуванням формули (1.3.6) можна отримати вираз для закону Ома в диференціальній формі:

$$\vec{j} = \sigma \vec{E}, \quad (3.9)$$

де  $\sigma = \frac{1}{\rho}$  - питома електропровідність,  $\vec{E}$  – напруженість електричного поля.

В ізотропному провіднику носії струму в кожній точці рухаються у напрямку вектора  $\vec{E}$ .

- **Закон Ома для неоднорідної ділянки кола**

У пункті 1.2 було доведено, що напруга між двома точками електричного кола для неоднорідної ділянки кола дорівнює:

$$U = \varphi_1 - \varphi_2 + \varepsilon_{1,2}$$

тоді

$$I = \frac{\varphi_1 - \varphi_2 + \varepsilon_{1,2}}{R + r}, \quad (3.10)$$

де  $(\varphi_1 - \varphi_2)$  – різниця потенціалів на кінцях ділянки кола;  $R$ - опір провідника. Вираз (3.10) називається законом Ома для неоднорідної ділянки.

- **Закон Ома для повного (замкненого) кола.**

При з'єднанні неоднорідної ділянки кола *ідеальним* провідником, утворюється замкнуте коло, в якому потенціали  $\varphi_1$  і  $\varphi_2$  вирівнюються, тобто  $\varphi_1 = \varphi_2$  (рис 11).

Сила струму в замкненому електричному колі пропорційна ЕРС джерела та обернено пропорційна сумі опорів цього кола:

$$I = \frac{\varepsilon}{R + r}, \quad (3.11)$$

де  $\varepsilon$  – ЕРС джерел струму,  $R + r$  – повний опір кола.

Якщо опір зовнішньої ланцюга  $R = 0$ , то маємо випадок **короткого замикання**:

$$I_{\max} = \frac{\varepsilon}{r}. \quad (3.12)$$

При  $R = \infty$  маємо **розімкнуте коло**. У цьому випадку струм в колі дорівнює нулю.

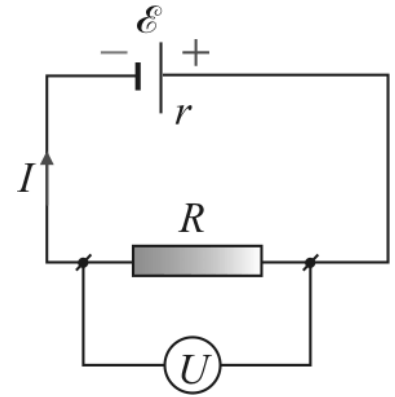


Рис 11.

#### 4. Робота струму. Закон Джоуля-Ленця.

Розглянемо довільну ділянку кола, до кінців якої прикладена напруга  $U$ . За час  $dt$  крізь поперечний переріз провідника проходить заряд  $dq = Idt$ . Сили електричного поля, здійснюють роботу:

$$dA = Udq = IUdt, \quad [A] = \text{Дж}. \quad (4.1)$$

За час  $t$  виконується робота:

$$A = IU \int_0^t dt = IUt. \quad (4.2)$$

або 
$$A = I^2 R t = \frac{U^2}{R} t \quad (4.3)$$

Робота, що виконується електричним полем при переносі зарядів по провіднику, витрачається на нагрівання провідника, оскільки заряди (електрони) співударяються з іонами кристалічної решітки і віддають їм енергію, зумовлену поступальним рухом вздовж напрямку поля. При протіканні струму в провіднику виділяється кількість теплоти:

$$Q = I^2 R dt, \quad [Q] = \text{Дж}. \quad (4.4)$$

де  $Q$  – кількість теплоти, що виділяється на ділянці кола за час  $dt$ .

Якщо струм змінюється з часом

$$Q = \int_1^2 I^2 R dt. \quad (4.5)$$

Ця формула носить назву закону Джоуля – Ленця в інтегральній формі.

Кількість теплоти, що виділяється в одиниці об'єму провідника за одиницю часу, називається **питомою потужністю**:

$$w = \frac{dQ}{dVdt} = \frac{I^2 R dt}{Sdl \cdot dt} = \frac{I^2 \rho \frac{dl}{S}}{Sdl} = \rho \frac{I^2}{S^2} = \rho j^2. \quad (4.6)$$

або

$$w = \rho j^2 = \sigma E^2 \quad (4.7)$$

Відношення (4.8) має назву закону Джоуля-Ленця в диференціальній формі

**Потужність електричного струму** – фізична величина, що чисельно дорівнює роботі, яку виконує струм за одиницю часу:

$$P = \frac{dA}{dt}, \quad [P] = \frac{\text{Дж}}{\text{с}} = \text{Вт} . \quad (4.8)$$

або

$$P = IU = I^2 R = \frac{U^2}{R} . \quad (4.9)$$

### 5. ККД джерела струму.

Переміщаючи електричні заряди по замкнутому колу, джерело струму здійснює роботу. Розрізняють корисну і повну роботу джерела струму. **Корисна робота** – робота, яку здійснює джерело з переміщення зарядів у зовнішньому колі:

$$A_k = qU = IUt = I^2 Rt . \quad (5.1)$$

**Повна робота** - робота джерела по переміщенню зарядів у всьому колу:

$$A_n = q\varepsilon = I\varepsilon t = I^2 (R + r)t \quad (5.2)$$

Відповідно цьому, розрізняють корисну і повну потужність.

Корисна потужність на опорі  $R$  для замкненого кола:

$$P_a = \frac{A_k}{t} = I^2 R , \quad (5.3)$$

Загальна потужність джерела струму:

$$P = \frac{A_n}{t} = I^2 (R + r) , \quad (5.4)$$

**Коефіцієнт корисної дії (ККД)** називається відношення :

$$\eta = \frac{A_k}{A_n} = \frac{P_a}{P} = \frac{I^2 R}{I^2 (R + r)} = \frac{R}{R + r} . \quad (5.5)$$

З'ясуємо, при якому опорі зовнішньої ділянки корисна потужність максимальна

$$P_a = I^2 R = \frac{\varepsilon^2 R}{(R + r)^2} , \quad (5.6)$$

$$\text{де } I = \frac{\varepsilon}{R + r}$$



$$\frac{dP_a}{dR} = \varepsilon^2 \frac{(R+r)^2 - 2(R+r)R}{(R+r)^4} = \frac{R+r-2R}{(R+r)^3} \varepsilon^2 = 0 \quad (5.7)$$

звідки

$$R = r; \quad P_{\max} = \frac{\varepsilon^2}{4r}. \quad (5.8)$$

Умова  $R = r$  називається умовою узгодження джерела і навантаження.

З рівняння (5.8) випливає, що ККД дорівнює:

$$\eta = \frac{r}{r+r} = 0,5,$$

тобто половина загальної потужності буде корисною. Найбільша потужність джерела із формули (5.6) буде при  $R=0$ , (коротке замикання). Корисна потужність при цьому буде дорівнювати нулю (рис 12).

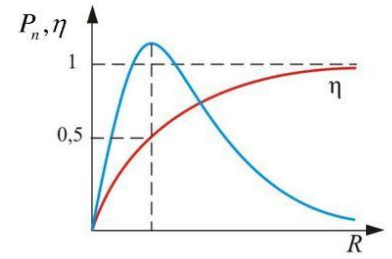


Рис 12

## 6. Правила Кірхгофа для розгалужених колів.

**Розгалужені кола** - мережа, що складається з двох або кількох замкнених електричних кіл, які з'єднані між собою в окремих точках і мають спільні ділянки.

**Вузол** - називається точка розгалуженого кола, у якому сходиться не менш трьох провідників, зі струмами. При цьому струм, що входить у вузол, вважається позитивним, а вихідний - негативним. (рис 13).

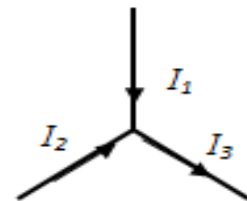


Рис.13.

**Перше правило:** алгебраїчна сума сил струмів, що сходяться у вузлі, дорівнює нулю, тобто:

$$\sum_{i=1}^n I_i = 0, \quad (6.1)$$

де  $n$  - кількість струмів, що сходяться у вузлі.

Токи, що входять у вузол - позитивні, а виходять з вузла - негативні. (рис.14)

$$I_1 - I_2 - I_3 + I_4 = 0 \quad (6.2)$$

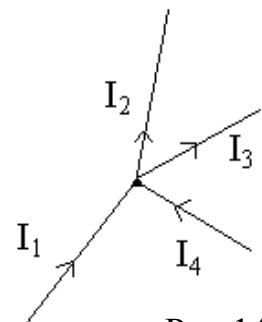


Рис.14.

Перше правило Кірхгофа є наслідком закону збереження електричного заряду.

**Друге правило:** у замкненому контурі алгебраїчна сума спадів напруги на всіх ділянках контуру дорівнює алгебраїчній сумі електрорушійних сил, тобто:

$$\sum_{i=1}^n I_i R_i = \sum_{i=1}^k \varepsilon_i, \quad (6.2)$$

де  $I_i$  – сила струму на  $i$ -й ділянці;  $R_i$  – активний опір на  $i$ -й ділянці;  $\varepsilon_i$  – е.р.с. джерел струму на  $i$ -й ділянці;  $n$  – кількість ділянок, що містять активний опір;  $k$  – кількість джерел струму на всіх ділянках замкнутого контуру.

*Друге правило Кірхгофа випливає із закону Ома, а значить є наслідком закону збереження енергії.*