

Лекція №6
«ЕЛЕКТРОМАГНІТНА ІНДУКЦІЯ»

1. 1. Явище електромагнітної індукції, закон Фарадея

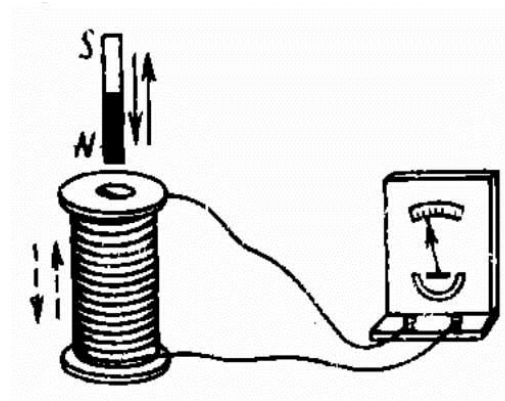
Явище електромагнітної індукції було відкрито Майклом Фарадеєм в 1831 році. Воно полягає у виникненні змінного *електричного поля в результаті зміни магнітного поля*. Це відкриття було першим кроком на шляху створення загальної теорії електричних і магнітних явищ – *класичної електродинаміки*, що було зроблено у 60-х роках XIX століття Джеймсом Клерком Максвеллом.

Нехай замкнений провідний контур L знаходиться в магнітному полі. При зміні магнітного потоку, що пронизує цей контур, в ньому виникає електричний струм. Цей струм називається індукційним, а явище виникнення – *явищем електромагнітної індукції*.

Так як магнітний потік визначається як $\Phi = BS \cos \alpha$, то його зміна може бути обумовлено зміною індукції поля B , площі контура S або його орієнтації відносно напрямку магнітного поля.

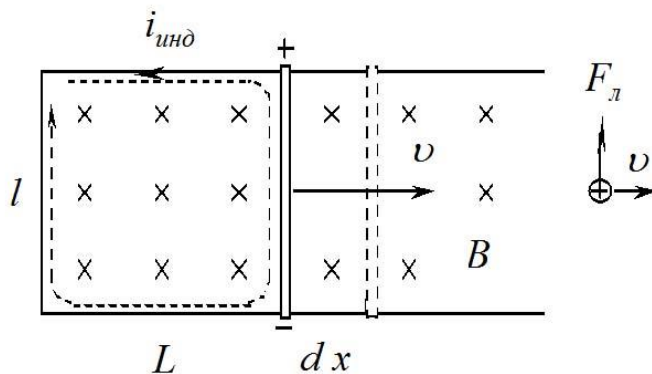
Відкриття Фарадея було зроблено в його знаменитому досвіді, коли він всувають плоский магніт в котушку, підключену до гальванометру (рис.1).

Під час руху магніту по ланцюгу протікав електричний струм і стрілка гальванометра відхилялася. При висуванні магніту стрілка відхилялася в протилежну сторону. Узагальнення результатів цього досвіду дозволило дати наведену вище формулювання явища електромагнітної індукції.



1.2. Механізм виникнення ЕРС індукції.

Візьмемо контур у вигляді прямокутної провідної рамки, одна із сторін якої – перемичка довжиною l – переміщується вздовж осі X паралельно самій собі зі швидкістю v , зберігаючи електричний контакт з двома іншими сторонами рамки (рис.2).



Вектор магнітної індукції \vec{B} перпендикулярний площині контуру і спрямований за площину креслення. При русі перемички наявні в ній вільні заряди – носії струму – рухаються разом з перемичкою і випробовують дію сили Лоренца $F_L = qvB$.

Рис.2

В результаті цього заряди зміщуються вздовж перемички і на її кінцях виникає різниця потенціалів. Таким чином, рухома перемичка виступає в ролі джерела ЕРС в контурі L . Роль сторонньої сили грає сила Лоренца. Напруженість створеного нею електричного поля

$$E_{\text{стор}} = \frac{F_{\text{л}}}{q} = vB.$$

Різниця потенціалів на кінцях перемички, тобто ЕРС індукції

$$\varepsilon_{\text{інд}} = E_{\text{стор}} \cdot l = Blv.$$

На рис.2 показано напрям індукційного струму $i_{\text{інд}}$. Воно протилежно позначеному пунктирною стрілкою напрямом обходу контуру, пов'язаного з напрямком магнітного поля \vec{B} правилом правого гвинта. Врахуємо це, поставивши знак "мінус" в правій частині:

$$\varepsilon_{\text{інд}} = -Blv.$$

Оскільки швидкість руху перемички $v = \frac{dx}{dt}$, "що закриває" нею за час dt площу $dS = l dx$, а магнітний потік через цю площу $d\Phi = B \cdot dS$, використовуючи ці зауваження отримаємо

$$\varepsilon_{\text{інд}} = -Blv = -\frac{Bldx}{dt} = -\frac{BdS}{dt}.$$

Остаточно маємо

$$\varepsilon_{\text{інд}} = -\frac{d\Phi}{dt}$$

Ця формула виражає закон електромагнітної індукції Фарадея: ЕРС індукції, що виникає в замкнутому контурі, дорівнює взятій з протилежним знаком швидкості зміни магнітного потоку, що пронизує цей контур.

Звернемо увагу на закон електромагнітної індукції з точки зору розмірності. Як було показано у четвертій лекції розмірність магнітного потоку $[\Phi] = B \cdot c$, таким чином ЕРС індукції вимірюється у вольтах,

$$[\varepsilon_{\text{інд}}] = \frac{[\Phi]}{[t]} = \frac{B \cdot c}{c} = B,$$

тобто як і годиться для ЕРС.

Знак "мінус" висловлює правило Ленца, який встановлює напрям індукційного струму.

1.3. Правило Ленца

Розглянемо замкнутий провідний контур, що знаходиться в магнітному полі \vec{B} , яке змінюється з часом (рис.3). Напрямок обходу контуру, позначене на рисунку стрілкою, пов'язане з напрямком вектора \vec{B} правилом правого гвинта.

Нехай магнітне поле B зростає. Тоді $\frac{d\Phi}{dt} > 0$ і ЕРС індукції, згідно із законом Фарадея, негативна: $\varepsilon_{\text{інд}} < 0$. Індукційний струм $i_{\text{інд}}^{(1)}$ у цьому випадку тече в напрямку, протилежному напрямку обходу контуру (рис.3.а), а створене цим струмом магнітне поле $B_{\text{інд}}^{(1)}$ спрямоване проти зовнішнього поля \vec{B} , тобто перешкоджає його наростання.

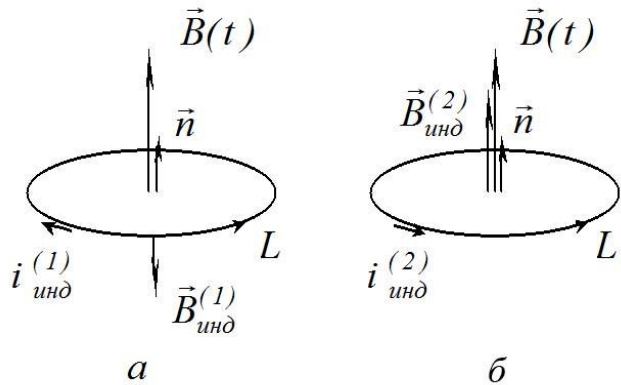


Рис.3

Нехай тепер зовнішнє поле B убиває. Тоді $\frac{d\Phi}{dt} < 0$,

$\varepsilon_{\text{інд}} > 0$, а індукційний ток $i_{\text{інд}}^{(2)}$ тече в напрямку обходу

контуру. Магнітне поле $B_{\text{інд}}^{(2)}$, створене індукційним струмом, спрямоване тепер в ту ж сторону, що і зовнішнє поле і перешкоджає його спадання (рис.3б).

Сформулюємо тепер правило Ленца:

індукційний струм, що виникає в замкнутому провідному контурі, завжди має такий напрям, що створюване ним магнітне поле перешкоджає зміні магнітного потоку, який викликає даний струм.

Застосування закону електромагнітної індукції.

Відзначимо той факт, що якщо магнітний потік перетинає рамку, що складається з N витків, то закон Фарадея приймає вигляд

$$\varepsilon_{\text{інд}} = -N \frac{d\Phi}{dt}.$$

Індукційний струм визначається за законом Ома

$$i_{\text{інд}} = \frac{\varepsilon_{\text{інд}}}{R} = -\frac{N}{R} \frac{d\Phi}{dt}.$$

Середнє значення струму $\langle i_{\text{інд}} \rangle = -\frac{N}{R} \frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$ і заряду $\langle \Delta q \rangle = -\frac{N}{R} \Delta\Phi$.

2. Обертання рамки в магнітному полі

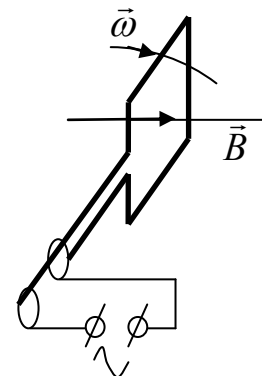
За законом Фарадея

$$\varepsilon_{\text{інд}} = -\frac{d\Phi}{dt}, \text{ де для однорідного магнітного поля}$$

$$\Phi = BS \cos\alpha.$$

У разі, якщо рамка обертається, то кут повороту залежить від часу наступним чином

$$\alpha = \omega t,$$



де ω - кутова швидкість обертання. Тоді $\varepsilon_{\text{інд}} = -\frac{d}{dt}(BS \cos \omega t) = BS\omega \sin \omega t$.

Остаточно одержуємо $\varepsilon_{\text{інд}} = \varepsilon_{\text{макс}} \sin \omega t$, де $\varepsilon_{\text{макс}} = BS\omega$ - максимальне значення ЕРС.

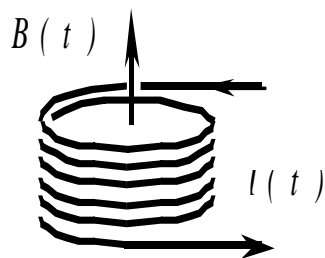
Для многовиткової рамки $\varepsilon_{\text{інд}} = NBS\omega \sin \omega t$. Отже $\varepsilon_{\text{макс}} = NBS\omega$.

Даний метод отримання електричної енергії використовується практично у всіх електростанціях.

3. Явище самоіндукції. Індуктивність

У замкнутому провідному контурі, що знаходиться в змінному магнітному полі, завдяки явищу електромагнітної індукції виникає індукційний струм. При цьому магнітне поле може бути створене струмом, поточним по цьому ж контуру. Якщо струм змінюється, то змінюється і створене ним магнітне поле. В результаті в контурі за законом Фарадея з'являється ЕРС індукції.

Явище виникнення ЕРС індукції в контурі, по якому тече змінний струм, називається явищем самоіндукції.



Мал. 3.25

Знайдемо електрорушійну силу самоіндукції. Візьмемо котушку, в якій тече змінюється в часі електричний струм $I(t)$ (мал. 3.25). Цей струм створює в котушці магнітне поле B , яке також буде змінюватися в згоді зі зміною струму.

Повний потік магнітної індукції Ψ , пронизуючий всі витки котушки (називають потокозчеплення), пропорційний індукції поля B , яка, в свою чергу, пропорційна силі струму I в цій

котушці ($\Psi \sim B \sim I$). Зв'язок повного магнітного потоку зі струмом в котушці можна представити у вигляді

$$\Psi = LI. \quad (3.35)$$

Формула (3.35) справедлива для будь-якого замкнутого провідника. Коефіцієнт пропорційності L називається індуктивністю або коефіцієнтом самоіндукції провідника.

Підставивши Ψ в (3.34) замість Φ , отримаємо (при умові $L = \text{const}$) формулу для ЕРС самоіндукції:

$$\varepsilon_c = -L \frac{dI}{dt}. \quad (3.36)$$

Електрорушійна сила самоіндукції, що виникає в замкнутому провіднику, по якому тече змінний струм, дорівнює взятому з протилежним знаком добутку коефіцієнта самоіндукції цього провідника на швидкість зміни струму в ньому.

Як випливає з формули (3.36), коефіцієнт самоіндукції L чисельно дорівнює електрорушійній силі, що виникає в провіднику, по якому тече струм, що змінюється на один ампер за секунду. Він залежить від розмірів і форми провідника, а також магнітних властивостей речовини, що оточує провідник. Коефіцієнт самоіндукції котушки має постійне значення, якщо в ній немає осердя з феромагнітного матеріалу, магнітна проникність якого залежить від сили струму (см. § 3.24).

Одиницею індуктивності в СІ є генрі (Гн). Індуктивність провідника дорівнює 1 генрі, якщо зміна струму в ньому на 1 ампер за 1 секунду призводить до виникнення електрорушійної сили самоіндукції в 1 вольт.

Якщо струм в провіднику зростає, ЕРС самоіндукції спрямована в бік, протилежний току, тобто перешкоджає його наростання. Якщо струм зменшується, то ЕРС самоіндукції перешкоджає його зменшення. Тому явище самоіндукції призводить до збільшення опору провідника змінному струмі.

Коефіцієнт самоіндукції L провідника в електродинаміці є аналогом маси тіла в механіці. Чим більше L , тим повільніше змінюється струм в провіднику внаслідок зміни прикладеного до провідника напруги.

Для ілюстрації сказаного розглянемо приклад. Знайдемо індуктивність довгого соленоїда (мал. 3.26).

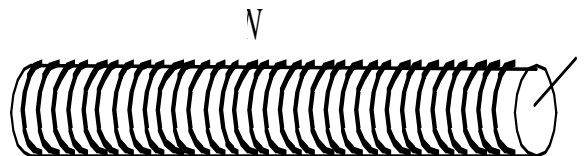
Магнітний потік через площу поперечного перерізу соленоїда S

$$\Phi = BS.$$

Відповідно до формули (3.15), магнітне поле в соленоїді

$$B = \mu_0 \frac{N}{l} I, \text{ де } N - \text{число}$$

витків, l – довжина соленоїда.



Мал. 3.26

Згідно із законом Фарадея ЕРС індукції в обмотці соленоїда складається з суми ЕРС в кожному з N його витків. Тому

$$\varepsilon = -N \frac{d\Phi}{dt} = -\mu_0 \frac{N^2}{l} S \cdot \frac{dI}{dt}.$$

Порівняння з формулою (3.36) показує, що

$$L = \mu_0 \frac{N^2}{l^2} lS = \mu_0 n^2 V, \quad (3.38)$$

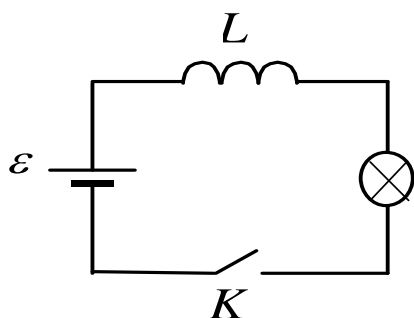
де $n = N/l$ – лінійна щільність числа витків, $V = Sl$ – обсяг соленоїда.

Індуктивність соленоїда пропорційна його об'єму, тобто розміром області простору, в якій існує магнітне поле, і квадрату щільності витків соленоїда.

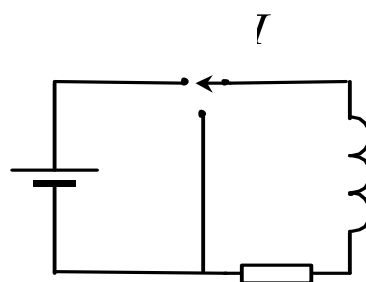
4. Електричний струм при замиканні і розмиканні ланцюга, що містить індуктивність

Явище самоіндукції можна спостерігати на простому досвіді: при підключенні до джерела ЕРС лампи розжарювання і послідовно з'єднаної з нею котушки (рис. 3.32) лампа спалахує не миттєво, а протягом деякого часу, тим більшого, чим більше індуктивність котушки. Це пов'язано з виникненням в котушці ЕРС самоіндукції, яка перешкоджає наростанню струму. У момент відключення джерела напрямок ЕРС самоіндукції збігається з напрямком ЕРС джерела і лампа на мить спалахує більш яскравим світлом.

Розглянемо це явище більш детально. Скористаємося схемою, зображеної на рис. 3.33. При підключенні джерела струму (перемикач П переводиться в положення 1) наростання струму внаслідок наявності в ланцюзі індуктивності L відбувається поступово, тому що поряд з ЕРС джерела ε діє зворотна по напрямку електрорушійна сила самоіндукції (3.36). Згідно із законом Ома струм в ланцюзі



Мал. 3.32



Мал. 3.33

$$I = \frac{\varepsilon + \varepsilon_c}{R} = \frac{\varepsilon}{R} - \frac{L}{R} \cdot \frac{dI}{dt},$$

де R – опір ланцюга.

Змінні I і t в цьому диференціальному рівнянні можна розділити.

Позначивши $I_0 = \frac{\varepsilon}{R}$, отримаємо

$$\frac{dI}{I_0 - I} = \frac{R}{L} dt.$$

Після інтегрування маємо

$$-\ln(I_0 - I) = \frac{R}{L} t + \ln C,$$

де C – константа інтегрування.

Оскільки при $t = 0$ сила струму $I = 0$, то $\ln C = -\ln I_0$. Після потенціювання виходить формула, що виражає закон наростання струму:

$$I(t) = I_0 \left(1 - e^{-\frac{R}{L} t} \right). \quad (3.40)$$

З неї випливає, що I_0 – сила сталого струму, поточного в ланцюзі після завершення перехідних процесів, тобто при $t \rightarrow \infty$.

При розмиканні ланцюга (перемикач П в положенні 2) спостерігається плавне падіння струму. Згідно із законом Ома

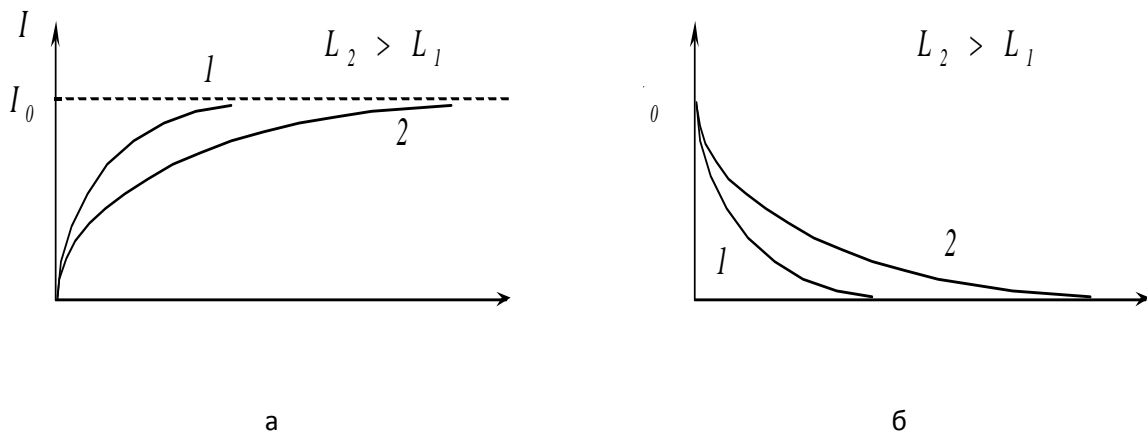
$$I = \frac{\varepsilon_c}{R} = -\frac{L}{R} \cdot \frac{dI}{dt}.$$

Поділяючи змінні та інтегруючи при початковій умові $I(0) = I_0$, отримуємо закон спаданням струму:

$$I(t) = I_0 e^{-\frac{R}{L}t}. \quad (3.41)$$

На мал. 3.34 наведені графіки залежності струму від часу при замиканні і розмиканні ланцюга при двох значеннях індуктивності. Графіки прояснюють зміст індуктивності як заходи інертності електричного кола по відношенню до зміни струму в ній. При цьому опорі R наростання і спад струму буде тим більш плавним, чим більше індуктивність ланцюга L .

Вираз L/R називають часом релаксації і позначають



Мал.3.34

$$\tau = \frac{L}{R}.$$

Тоді закон спаданням струму набуде вигляду

$$I(t) = I_0 e^{-\frac{t}{\tau}},$$

звідси видно, що

час релаксації цей час, за яке струм зменшується в e раз.

5. Енергія магнітного поля струму. Густина енергії

При замиканні ланцюга, в якій є котушка індуктивності, струм в ланцюзі зростає плавно, у разі роз'єднання ланцюга - плавно убуває. Робота джерела струму в першому випадку частково йде на створення в котушці магнітного поля, енергія якого при розмиканні ланцюга витрачається на підтримку струму. Знайдемо енергію магнітного поля.

Потужність, що витрачається джерелом струму на подолання ЕРС самоіндукції, $P_c = I \varepsilon_c$. Оскільки по модулю $\varepsilon_c = L \frac{dI}{dt}$, робота, що здійснюється джерелом за час dt , дорівнює

$$\delta A = P_c dt = LI \frac{dI}{dt} dt = LI dI.$$

Енергія магнітного поля котушки індуктивністю L дорівнює роботі джерела, зробленої ним за час встановлення стаціонарного значення струму I , тобто інтегралу від $P_c dt$:

$$W_m = \int_0^{\infty} P_c dt = L \int_0^I I dI = \frac{LI^2}{2}. \quad (3.42)$$

Виразимо енергію магнітного через індукцію магнітного поля B . Візьмемо довгий соленоїд об'ємом V , в якому магнітне поле є однорідним. Індуктивність соленоїда, згідно (3.38), $L = \mu_0 n^2 V$, а індукція поля в ньому, згідно (3.15), $B = \mu_0 n I$, звідки $I = \frac{B}{\mu_0 n}$. Підставивши L і I в (3.42), отримаємо

$$W = \frac{B^2}{2\mu_0} V.$$

Енергія магнітного поля, запасена в одиниці об'єму, тобто об'ємна щільність енергії, виходить розподілом на V :

$$w_m = \frac{B^2}{2\mu_0}.$$

6. Вектор намагніченості

Речовина, поміщена в зовнішнє магнітне поле, намагнічується. У ньому виникає переважна орієнтація магнітних моментів молекул, що підсилює або послаблює зовнішнє поле.

Кількісною характеристикою намагніченості речовини служить вектор намагніченості. Він дорівнює векторній сумі магнітних моментів молекул, укладених в одиниці об'єму речовини: $\vec{J} = \frac{1}{V} \sum_{i=1}^N \vec{p}_{mi}$. (3.46)

Ця формула справедлива у випадку однорідного магнітного поля, яке створюється всередині довгого соленоїда. Вектор в цьому випадку має постійне значення в будь-якій точці далеко від його кінців.

Висловимо вектор намагніченості через щільність мікрострумів. Візьмемо зразок речовини у вигляді циліндра, вісь якого направимо уздовж зовнішнього поля (рис. 3.38, а). У намагніченому зразку площині мікрострумів перпендикулярні вектору. Як видно з рис. 3.38, б, мікроструми усередині зразка компенсують один одного. На поверхні циліндра

залишається скомпенсований струм, утворений цими ж мікрострумами. Його лінійна щільність, тобто струм, що припадає на одиницю довжини зразка ϵ .

Магнітне поле в речовині складається з зовнішнього поля \vec{B}_0 і поля, створеного мікрострумами: $\vec{B} = \vec{B}_0 + \vec{B}'$. (3.47)

Індукція поля мікрострумів виражається через лінійну щільність мікрострумів аналогічно індукції магнітного поля соленоїда:

$$B' = \mu_0 \frac{I^{\text{мікро}}}{l}. \quad (3.48)$$

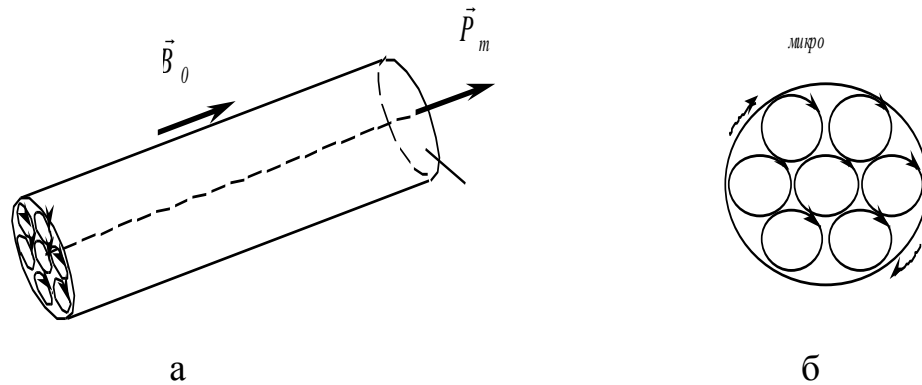


Рис. 3.38

Оскільки магнітний момент, створений мікрострумами, дорівнює добутку сили мікрострумів на площу поперечного перерізу циліндра, а обсяг циліндра, згідно (3.46), маємо $J = \frac{1}{V} I^{\text{мікро}} \cdot S = \frac{1}{l \cdot S} I^{\text{мікро}} \cdot S = \frac{I^{\text{мікро}}}{l}$.

$$(3.49)$$

Вектор намагніченості чисельно дорівнює силі поверхневого мікроструму, що припадає на одиницю довжини магнетика циліндричної форми, поміщеного в магнітне поле.

Формули (3.48) і (3.49) дозволяють записати (3.47) у вигляді $\vec{B} = \vec{B}_0 + \mu_0 \vec{J}$. (3.50)

Щоб знайти, потрібно зв'язати і ще одним рівнянням. З досвіду випливає, що вектор намагніченості пропорційний індукції магнітного поля, яку в цьому випадку можна прийняти рівною індукції магнітного поля в вакуумі. Зв'язок між ними виражається формулою $\vec{J} = \frac{1}{\mu_0} \chi \vec{B}_0 = \chi \vec{H}$, (3.51)

$$(3.51)$$

Коефіцієнт пропорційності називається магнітною сприйнятливістю речовини, а відношення - напруженістю магнітного поля в вакуумі.

Підставивши (3.51) в (3.50), отримаємо $\vec{B} = (1 + \chi) \vec{B}_0 = \mu \vec{B}_0 = \mu \mu_0 \vec{H}_0$,

Де $\mu = 1 + \chi$ - магнітна проникність речовини.

Зв'язок між індукцією магнітного поля і напруженістю в речовині вводитьсь співвідношенням $\vec{B} = \mu\mu_0\vec{H}$. (3.53)

Напруженість - допоміжна величина, що характеризує магнітне поле, створене макротоками, тобто струмами, поточними по дротах. Напруженість магнітного поля грає в магнетизм ту ж роль, що і індукція електричного поля в електростатики.

Як видно з рівняння (3.52), магнітна проникність показує, у скільки разів магнітне поле в речовині відрізняється від магнітного поля в вакуумі:

$$\mu = \frac{B}{B_0}.$$

На відміну від діелектричної проникності речовини, магнітна проникність може бути як більше, так і менше одиниці.

7. Типи магнетиків: діа-, пара- і феромагнетики.

Магнітні властивості різних речовин набагато різноманітніше, ніж електричні. У той час як діелектрична проникність речовини завжди більше одиниці, магнітна проникність може бути як більше, так і менше одиниці. Речовини, у яких $\mu < 1$, називаються діамагнетиками, а речовини з $\mu > 1$ – парамагнетиками. Так як магнітна сприйнятливість $\chi = \mu - 1$, то у парамагнетиків χ позитивна ($\chi > 0$), а у діамагнетиків – негативна ($\chi < 0$).

Переважає більшість речовин проявляє свої магнітні властивості дуже слабо і має магнітну сприйнятливість в межах χ від 10^{-6} до 10^{-3} одиниць ($\chi = 10^{-6} \dots 10^{-3}$). До парамагнетиків відносяться, наприклад, кисень, алюміній, платина; до діамагнетиків - срібло, вісмут, вода, вуглекислий газ, азот.

Поряд з діа- і парамагнетиками є речовини, здатні намагнічуватися дуже сильно. Вони називаються феромагнетиками. Магнітна проникність у них становить сотні і тисячі одиниць, а у спеціально оброблених феромагнетиків досягає мільйона. Свою назву вони отримали від латинського найменування основного представника цих речовин - заліза (ferrum). До феромагнетика відносяться залізо, нікель, кобальт, гадоліній і їх сплави. Крім того, існує безліч сплавів немагнітних речовин, які проявляють сильні магнітні властивості (MnO, NiO, CaO, MnF₂, KMnF₃ і ін.). Належність речовини до того чи іншого типу магнетиків легко визначити дослідним шляхом. Оскільки вектор намагніченості речовини $\vec{J} = \chi\vec{H}$, в діамагнетиках він спрямований проти зовнішнього поля, в пара- і феромагнетиках - по полю. У неоднорідному полі діамагнетики виштовхуються з магнітного поля. Так, наприклад, паличка з вісмуту, яка розташована між полюсами магніту, встановлюється перпендикулярно до напрямку поля.

Властивості феромагнетиків. Гістерезис

Феромагнетики – сильномагнітні речовини, тобто магнітна проникність μ у них багато більше одиниці. Особливістю феромагнетиків є:

- 1) збереження намагніченості після того, як намагнічує поле вимикається;
- 2) магнітна проникність μ – величина не постійна, а залежить від напруженості намагнічуючого поля H ;
- 3) наявність точки Кюрі.