Лекція 3 Електростатика.

Електростатика – розділ фізики, якій вивчає нерухомі заряди і не змінюючи у часі електричні поля.

Електричний заряд, його властивості.

Електричний заряд - величина, що визначає інтенсивність електромагнітного взаємодії заряджених частинок. Електричні заряди можуть бути позитивними і негативними, причому, однойменні заряди відштовхуються, різнойменні – притягуються. Носієм елементарного негативного заряду є електрон, а позитивного – протон. По модулю значення елементарного заряду дорівнює

$$e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}\ \text{Кл}.$$

Для електричних зарядів встановлено низку законів: закон квантування заряду, закон збереження і закон інваріантності заряду.

- *Закон квантування заряду:* електричний заряд квантується (тобто може змінюватися тільки порціями або квантами).

$$q = N e,$$

де N – ціле число.

- *Закон збереження електричного заряду:* алгебраїчна сума зарядів електрично ізольованої системи заряджених тіл залишається величиною постійною

$$\sum_{i=1}^{n} q_i = const\,,$$

де $\sum_{i=1}^{n} q_i$ – алгебраїчна сума всіх зарядів, які входять до ізольованої системи.

- *Закон інваріантності електричного заряду*: величина заряду не залежить від швидкості, з якою він рухається (тобто інваріантна відносно інерційних систем відліку) говорять, що електричний заряд - релятивістський інваріант.

Моделі запряжених тел.

- *Точковий заряд* q – матеріальна точка, яка несе на собі електричний заряд.
- Об'ємна густина заряду

$$\rho = \frac{q}{V}.$$

Одиниці вимірювання об'ємної густини заряду в СІ: $[\rho] = \frac{Кл}{м^3}$.

- *Поверхнева густина заряду*

$$\sigma = \frac{q}{S}.$$

Одиниці вимірювання поверхневої густини заряду в СІ: $[\sigma]=\frac{Кл}{м^2}$.

- *Лінійна густина заряду*

$$\tau=\frac{q}{l}.$$

Одиниці вимірювання лінійної густини заряду в СІ: $[\tau]=\frac{Кл}{м}$.

Закон Кулона.

Закон Кулона встановлений експериментально і дозволяє обчислити силу взаємодії між двома нерухомими точковими зарядами.

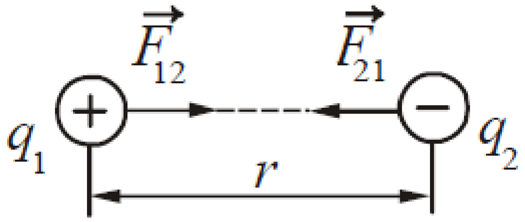


Рис.1.1.1.

Закон Кулона стверджує, що два нерухомі точкові заряди взаємодіють із силою F прямо пропорційною величині цих зарядів і обернено пропорційною квадрату відстані між ними (рис.1.1.1).

$$F_{кул}=\frac{1}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0}\frac{q_1q_2}{r^2},$$

де F – сила взаємодії двох точкових зарядів q_1 і q_2; r – відстань між зарядами, $\varepsilon_0=8{,}85\cdot10^{-12}$ Ф/м - електрична стала.

Напруженість електростатичного поля. Принцип суперпозиції полів.

Напруженість - електричного поля є силовою характеристикою. Напруженість поля в даній точці простору дорівнює силі, що діє на поміщений у цю точку одиничний позитивний заряд

$$\vec{E}=\frac{\vec{F}}{q},$$

де $\vec{F}$ – сила, що діє з боку електричного поля на точковий заряд q.

Одиниці вимірювання напруженості в СІ: $[E]=\frac{\text{Н}}{\text{Кл}}=\frac{\text{В}}{\text{м}}$.

Напруженість поля точкового заряду q

$$E=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}.$$

Принцип суперпозиції електричних полів: напруженість поля, що створюється кількома зарядженими тілами, дорівнює векторній сумі напруженостей полів, що створюються в даній точці поля кожним із заряджених тіл

$$\vec{E}=\vec{E}_1+\vec{E}_2+...+\vec{E}_n, \text{ або } \vec{E}=\sum_{i=1}^{N}\vec{E}_i.$$

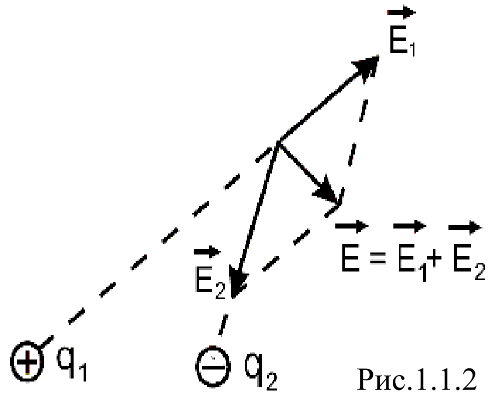


Рис.1.1.2

Потік вектора напруженості електричного поля.

Потіком вектора напруженості електричного поля через елементарну площадку dS, називається добуток модуля вектора напруженості *E* на площу елементарної поверхні і на косинус кута між нормаллю до поверхні:

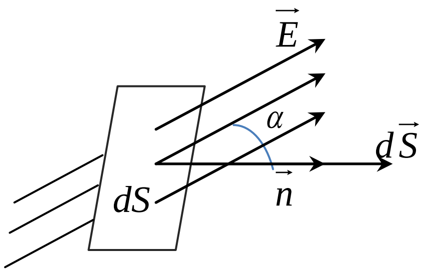


Рис.1.1.3

$$d\Phi_E = E\,dS\cos\alpha\,.$$

Для довільної поверхні S потік вектора E через цю поверхню дорівнює

$$\Phi = \int_S \vec{E}\,d\vec{S} = \int_S E_n\,dS\,,$$

де E_n- проекція вектора E на нормаль до площадки dS.

Якщо поверхні S замкнута, то потік вектора E через цю поверхню знаходится за формулою

$$\Phi = \oint_S \vec{E}\,d\vec{S}\,.$$

Одиниці вимірювання потоку вектора напруженості $\vec{E}$ в СІ:

$$[\Phi] = \frac{\text{В}}{\text{м}}\text{м}^2 = \text{В}\cdot\text{м}\,.$$

Теорема Остроградського-Гауса.

Теорема Остроградского–Гаусса – основна теорема електростатики. Вона дозволяє обчислити напруженість електричного поля в випадках, коли заряди, що створюють поле, розподілені в просторі будь-яким симетричним чином.

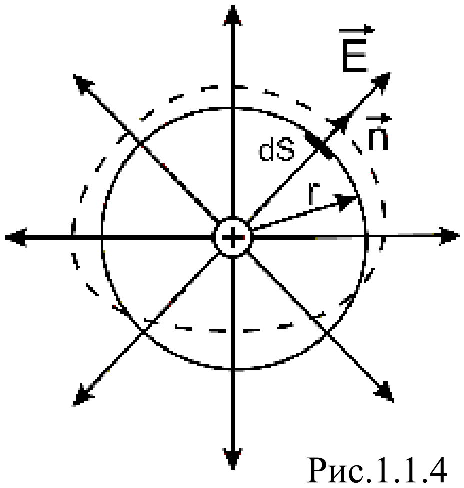


Рис.1.1.4

Теорема Остроградского–Гаусса стверджує, що потік вектора напруженості електричного поля через довільну замкнену поверхню дорівнює алгебраїчній сумі зарядів, укладених всередині цієї поверхні, поділеній на ε_0:

$$\oint_S E_n dS = \frac{1}{\varepsilon_0}\sum_{i=1}^{n} q_i\,,$$

де $\sum_{i=1}^{n} q_i$ – алгебраїчна сума зарядів, які розміщені в середині замкнутої поверхні; *n* – кількість окремих електричних зарядів.

Застосування теорема Остроградського – Гауса для розрахунків напруженості електростатичного поля.

- Напруженість електричного поля, яке створюється точковим зарядом q на відстані r від заряду:

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{\varepsilon \cdot r^2}\ , \qquad \text{або} \qquad E = k\frac{q}{r^2}\,,$$

де $k = 9 \cdot 10^9\ \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^2}{\text{Кл}^2}$ - коефіцієнт пропорційності.

- Напруженість електричного поля, яка створюється зарядженою металевою кулею радіусом *R* з зарядом *q*, на відстані *r* від центра кулі:

$$E = \begin{cases} k\dfrac{q}{R^3}r, & r < R \\ k\dfrac{q}{r^2}, & \mathrm{r} \ge \mathrm{R} \end{cases}.$$

- Напруженість електричного поля, яка створюється зарядженою сферою радіусом *R* з зарядом *q*, на відстані *r* від центра сфери:

$$E = \begin{cases} 0, & r < R \\ k\dfrac{q}{r^2}, & r \ \ge \ R \end{cases}.$$

- Напруженість електричного поля, що створюється нескінченно довгою рівномірно зарядженою ниткою (або циліндром) на відстані *r* від її осі:

$$E = \frac{\tau}{2\pi\varepsilon_0\varepsilon \cdot r}\,,$$

де τ – лінійна густина заряду.

- Напруженість електричного поля, створеного безмежною, рівномірно зарядженою площиною:

$$E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0\varepsilon}\,,$$

де σ – поверхнева густина заряду.

- Напруженість електричного поля, яке створюється між двома паралельними нескінченними рівномірно і різнойменно зарядженими площинами:

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0\varepsilon}\,.$$

Робота сил електростатичного поля.

Робота, яка виконується електричним полем при переміщенні точкового заряду із точки 1 з потенціалом φ_1 в точку 2 з потенціалом φ_2:

$$A = q(\varphi_1 - \varphi_2)\,, \qquad \text{або} \qquad A = q\int_L E_l dl\,,$$

де E_l – проекція вектора напруженості $\vec{E}$ на напрямок переміщення, dl – переміщення.

У випадку однорідного поля остання формула набуває вигляду:

$$A = qEl\cos\alpha,$$

де l – модуль переміщення; α– кут між напрямами вектора $\vec{E}$ і переміщення $\vec{l}$.

Потенціал електростататичного поля.

Потенціал електростатичного поля – це енергетична характеристика електричного поля.

Потенціал – скалярна фізична величина, що чисельно дорівнює потенціальної енергії, яку має в даній точці одиничний позитивний заряд:

$$\varphi = W_p / q,$$

де W_p - потенціальна енергія, яку має в даній точці поля одиничний позитивний заряд q.

Потенціал електростатичного поля, який створюється точковим зарядом q на відстані r від заряду:

$$\varphi = -\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 \varepsilon\, r}, \text{ або } \varphi = k\frac{q}{\varepsilon r},$$

де k - коефіцієнт пропорційності, r - відстань від заряду до точки, в якій визначається потенціал.

Якщо r прагне до нескінченності, то потенціал прагне до нуля.
Одиниці вимірювання потенціалу в СІ:

$$[\varphi] = В.$$

Р і з н и ц е ю п о т е н ц і а л і в між двома точками електростатичного поля називається робота, здійснювана силами поля при переміщенні одиничного позитивного заряду по будь-якому шляху з першої точки в другу:

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \frac{A_{12}}{q}.$$

Принцип суперпозиції для потенціалу електростатичного поля: якщо електричне поле створюється системою з декількох зарядів, то потенціал такої системи в кожній точці розраховується як алгебраїчна сума потенціалів від кожного розподілу зарядів:

$$\varphi = \sum_{i=1}^{n} \varphi_i,$$

де $\sum_{i=1}^{n} \varphi_i$ - алгебраїчна сума потенціалів φ_1, $\varphi_2, ..., \varphi_n$, які створюються окремими точковими зарядами $q_1, q_2, ..., q_n$.

Зв'язок між напруженістю $\vec{E}$ та потенціалом φ:

$$\vec{E} = -gr\vec{a}d\varphi,$$

або в скалярній формі $E = -\dfrac{d\varphi}{dr}$,

У випадку однорідного поля, тобто поля, напруженість якого у кожній точці поля однакова:

$$E = \frac{(\varphi_1 - \varphi_2)}{d},$$

де d – відстань між цими поверхнями вздовж електричної силової лінії.

Обчислення різниці потенціалів для геометричних фігур:

- Різниця потенціалів поля рівномірно зарядженої нескінченної площини з поверхневою густиною заряду σ:

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \int_{x1}^{x2} E dx = \int_{x1}^{x2} \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} dx = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\left(x_2 - x_1\right).$$

- Різниця потенціалів поля двох нескінченних паралельних різнойменно заряджених площин з поверхневою густиною заряду σ:

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\left(x_2 - x_1\right),$$

Якщо $x_1 = 0,\ x_2 = d$, то $\varphi_1 - \varphi_2 = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} d$, або $U = Ed$.

- Різниця потенціалів поля рівномірно зарядженої сферичної поверхні радіуса R:

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \int_{r1}^{r2} E dr = \int_{r1}^{r2} \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2} dr = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right),$$

якщо $r_1 = r,\ r_2 \to \infty$, то потенціал поза сферою:

$$\varphi = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r}.$$

Всередині сферичної поверхні потенціал усюди однаковий і рівнийній:

$$\varphi = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 R}.$$

- Різниця потенціалів поля об’ємно зарядженої кулі радіуса R із загальним зарядом q:

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \begin{cases} \dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\dfrac{1}{r_1} - \dfrac{1}{r_2}\right) & \text{– поза кулею} \\ \dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0 R^3}\left(r_2^2 - r_1^2\right) & \text{– всередені кулі} \end{cases}.$$

- Різниця потенціалів поля рівномірно зарядженого циліндра (або нескінченно довгої нитки:

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \int_{r1}^{r2} E dr = \int_{r1}^{r2} \frac{\tau}{2\pi\varepsilon_0 r} dr = \frac{\tau}{2\pi\varepsilon_0} \ln\frac{r_2}{r_1}.$$

Одиниці вимірювання різниці потенціалів в СІ:

$$\left[\varphi_1 - \varphi_2\right] = B.$$

Енергія взаємодії системи точкових зарядів

Енергія системи нерухомих зарядів дорівнює пів сумі добутків кожного із зарядів q_i на потенціал φ_i поля, створеного всіма іншими зарядами в точці, де знаходиться заряд q_i:

$$W = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n} q_i \varphi_i ,$$

де φ_i – потенціал поля, яке створюється усіма *n-1* зарядами (за виключенням *i-го)* у точці, де розміщений заряд q_i.

Одиниці вимірювання енергії в СІ: $[W] = \text{Дж}$.

Провідники в електростатичному полі.

Провідниками називаються речовини, в яких є вільні заряди, здатні переміщуватися по всьому об'єму провідника. Провідниками є всі метали, розчини електролітів, іонізовані гази.

Основні властивості провідників

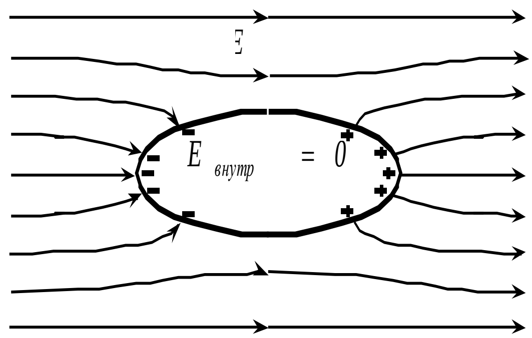


Рис.1.1.7

1) Напруженість поля всередині провідника дорівнює нулю

$$E_{внутр} = 0 .$$

2) Потенціал φ у всьому об'ємі провідника має постійне значення

$$\varphi = const .$$

3) Напруженість поля в кожній точці поверхні провідника визначається поверхневою густиною заряду σ на провіднику поблизу даної точки і виражається формулою

$$E_{пов} = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} .$$

4) Лінії напруженості поля зарядженого провідника перпендикулярні до його поверхні.

Діелектрики в електростатичному полі.

Діелектриками називаються речовини, що не проводять електричний струм. Діелектрик, поміщений в електричне поле, *поляризується*. Це значить, що на його поверхні з'являється надлишковий заряд (рис. 1.1.8). Цей заряд називається *поляризаційним* або *зв'язаним*.

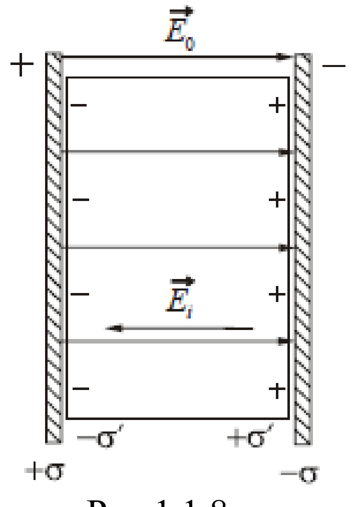


Рис.1.1.8

Напруженість електричного поля зв'язаних зарядів E_i спрямована проти зовнішнього поля E_0, тоді результуюче поле у середині діелектрика

$$E = E_0 - E_i ,$$

де E - напруженість поля у середені діелектрика, ε - діелектрична проникність середовища.

Дієлектрична проникність середовища показує, у скільки разів напруженість електричного поля у вакуумі E_0 більша, ніж у середовищі E:

$$\varepsilon = \frac{E_0}{E}.$$

Електрична ємність провідників.

Електроємність відокремленого провідника - скалярна фізична величина, яка характеризує здатність провідника накопичувати заряд і дорівнює відношенню заряду провідника q до його потенціалу φ:

$$C = \frac{q}{\varphi}.$$

Відокремленим називається провідник, віддалений від інших провідників, тіл, зарядів.
Одиниці вимірювання електроємності в СІ:

$$[C] = \Phi.$$

Електроємність ізольованої провідної сфери радіусом R, яка розміщена у нескінченному середовищі з діелектричною проникністю ε:

$$C = 4\pi\varepsilon_0\varepsilon R,$$

де $\varepsilon_0 = 8{,}85\cdot 10^{-12}\,\frac{\Phi}{м}$ – електрична стала, R - радіус сфери.

Конденсатори, їх паралельне і послідовне з'єднання

Конденсатор – пристрій, що складається з двох провідників (обкладок), розділених шаром діелектрика. Це можуть бути дві паралельні пластини, що складають плоский конденсатор, два коаксіальні циліндри, що є обкладками циліндричного конденсатора, або дві концентричні сфери, що утворюють сферичний конденсатор.

Електроємність конденсатора – скалярна фізична величина, що дорівнює відношенню заряду q конденсатора до різниці потенціалів між його обкладками $\varphi_1 - \varphi_2$:

$$C = \frac{q}{\varphi_1 - \varphi_2},$$

де $\varphi_1 - \varphi_2$ - різниця потенціалів між обкладками.

Електроємність плоского конденсатора

$$C = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 S}{d},$$

де S – площа кожної з пластин; d – відстань між ними; ε – діелектрична проникність діелектрика, який заповнює простір між пластинами.

Електроємність сферичного конденсатора

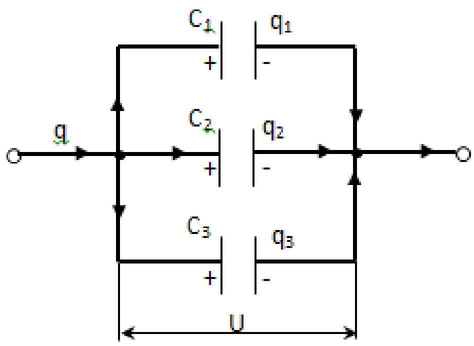
$$C = 4\pi\varepsilon_0 \varepsilon R_1 R_2 / (R_2 - R_1).$$

Електроємність циліндричного конденсатора

$$C = \frac{2\pi\varepsilon_0 \varepsilon l}{\ln(R_2 / R_1)}.$$

Паралельне та послідовне з'єднання конденсаторів

- паралельне з'єднання конденсаторів (Рис. 2.1.7):



$$U_1 = U_2 = U_3 = U, \quad q = q_1 + q_2 + q_3,$$

$$C = C_1 + C_2 + \ldots + C_n,$$

або $$C = \sum_{i=1}^{N} C_i.$$

Ємність батареї паралельно з'єднаних конденсаторів дорівнює сумі ємностей кожного з них.

Рис.2.1.7

- послідовне з'єднання конденсаторів (Рис. 2.1.6):

$$U = U_1 + U_2 + U_3, \quad q = q_1 = q_2 = q_3,$$

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3},$$

або $$\frac{1}{C} = \sum_{i=1}^{N} \frac{1}{C_i}.$$

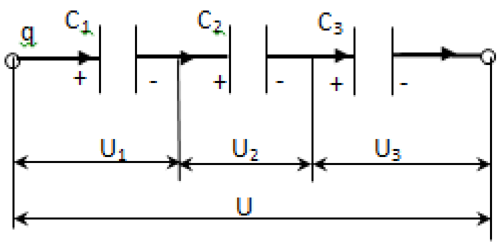


Рис.2.1.6

Величина, обернена ємності батареї конденсаторів при їхньому послідовному з'єднанні, дорівнює сумі обернених величин ємностей кожного з конденсаторів

Енергія зарядженого провідника, конденсатора. Об'ємна густина енергії електричного поля

Енергія зарядженого провідника

$$W = \frac{1}{2} C\varphi^2 = \frac{1}{2}\frac{q^2}{C} = \frac{1}{2} q\varphi.$$

Енергія зарядженого конденсатора

$$W = \frac{1}{2} CU^2 = \frac{1}{2}\frac{q^2}{C} = \frac{1}{2} qU,$$

де C – електроємність конденсатора; U – різниця потенціалів на його пластинах.

Одиниці вимірювання енергії W в СІ:

$$[W] = \text{Дж}.$$

Об'ємна густина енергії це енергія електричного поля, що припадає на одиницю об'єму

$$\omega = \frac{1}{2}\varepsilon_0 \varepsilon E^2,$$

де E – напруженість електричного поля в середовищі з діелектричною проникністю ε.

Одиниці вимірювання об’ємної густина енергії ω в СІ:

$$[\omega] = \frac{\text{Дж}}{\text{м}^3}.$$