Лекція №5.

ЕЛЕКТРОМАГМАГНЕТИЗМ

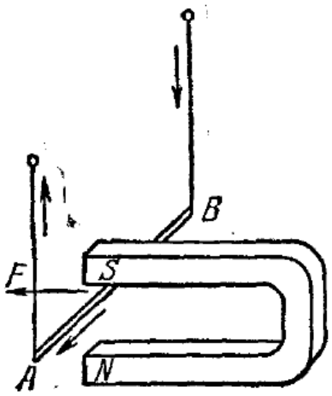
1. МАГНІТНА ВЗАЄМОДІЯ

Досвід показує, що в природі існує взаємодія подібна електричному, але відмінне від нього. Так, якщо взяти два постійних магніти, то між ними можливо як взаємне відштовхування, так і взаємне притягання. Але при цьому ці два тіла виявляються електрично нейтральними.

Подібна ситуація виникає при взаємодії електричних струмів. Два прямих паралельних провідника, по яких течуть електричні струми, притягуються, якщо струми течуть в одному напрямку і відштовхуються, якщо в протилежних. Провідники зі струмом електрично нейтральні. Отже, в цьому випадку з'являються сили взаємодії, які не можуть бути пояснені кулонівською взаємодією. Ці сили називаються *магнітними силами*.

Для того щоб показати, що в цих двох прикладах має місце одне і теж фізичне явище потрібно якимось чином об'єднати ці дві ситуації в одну. Дійсно, такий досвід легко придумати (див. мал.)

Переміщаючи провідник зі струмом між полюсами підковоподібного магніту можна отримати, що провідник зі струмом буде або втягуватися в магніт, або виштовхувати з нього.



Подібно до того, як спочиваючий електричний заряд діє на інший заряд за допомогою електричного поля, електричний струм діє на інший струм за допомогою магнітного поля.

Нерухомі заряди не створюють магнітного поля. Джерелами магнітного поля є рухомі в вакуумі або в якому-небудь середовищі заряди (струми) і постійні магніти. Магнітне поле постійних магнітів також викликається рухом зарядів (електронів) в атомах речовини самого магніту. По суті магнітне поле створюється тільки рухомими зарядами.

Магнітне поле не діє на спочиваючі заряди. Воно діє на заряди, що рухаються у вакуумі або в середовищі, тобто на струми. Дія магнітного поля на магніти зводиться, в кінцевому рахунку, до дії його на заряди, які рухаються в атомах речовини.

Вчення про електромагнетизм засноване на двох положеннях:

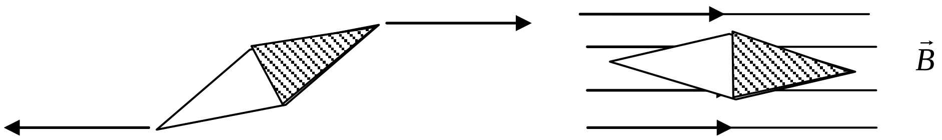
1. Магнітне поле діє на струми і (або) рухомі заряди.

2. Магнітне поле виникає навколо струмів і рухомих зарядів.

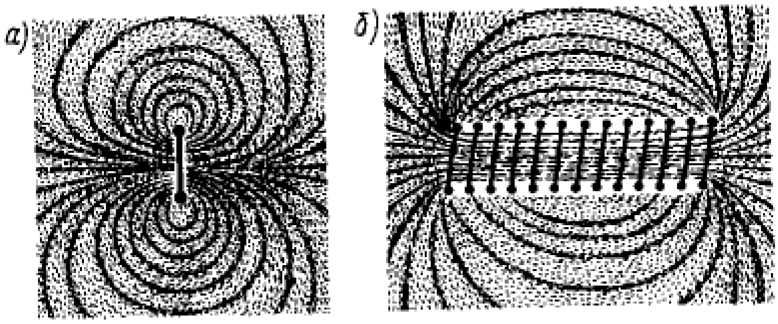
Щоб розібратися у всьому різноманітті явищ магнетизму, які спостерігаються в природі, почнемо з розгляду простих законів, що лежать в основі цих явищ.

2. ОСНОВНІ ХАРАКТЕРИСТИКИ МАГНІТНОГО ПОЛЯ. ПРИНЦИП СУПЕРПОЗИЦІЇ МАГНІТНИХ ПОЛІВ

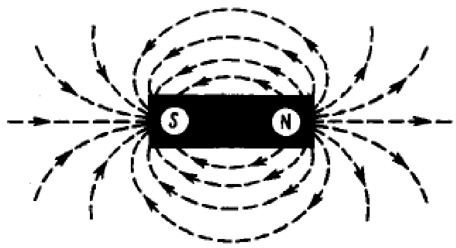
Подібно вектору напруженості електростатичного поля $\vec{E}$, силовою характеристикою магнітного поля є вектор магнітної індукції $\vec{B}$. Для візуалізації магнітного поля внесемо в нього маленьку магнітну стрілку. Вона повернеться і встановиться по полю



За допомогою безлічі таких стрілок можна уявити конфігурацію магнітного поля (див. мал.) а) – магнітне поле кругового струму, б) – магнітне поле системи кругових струмів (соленоїда).



Будемо зображати силові лінії магнітного поля такими лініями, дотичні до яких, паралельні маленьким магнітним стрілкам. Домовилися вважати, що силові лінії спрямовані від північного полюса N до південного S. Силові лінії смугового магніту представлені на наступному малюнку.



Лінії напруженості електростатичного поля $\vec{E}$ починаються на позитивних зарядах і закінчуються на негативних, а сила, що діє в цьому полі на заряд, спрямована по дотичній до лінії напруженості. На відміну від силових ліній електростатичного поля, лінії магнітного поля замкнені. Це пов'язано з відсутністю в природі "магнітних зарядів”.

Електричне поле описується вектором напруженості електричного поля $\vec{E}$. Можна сказати, що, так як електричне поле створюється різницею потенціалів, то розмірність напруженості електричного поля $[\vec{E}] = \text{В/м}$.

Так як магнітне поле створюється електричними струмами, то розмірність напруженості магнітного поля $[\vec{H}] = \text{А/м}$.

Таким чином магнітне поле можна описувати в термінах магнітної індукції $\vec{B}$, так і в термінах напруженості магнітного поля. У вакуумі між цими двома характеристиками існує дуже простий зв'язок

$$\vec{B} = \mu_0 \vec{H}\text{, де } \mu_0 \text{ - магнітна стала}$$

Також, забігаючи наперед, зауважимо, що в ізотропних середовищах зв'язок між магнітною індукцією і напруженістю магнітного поля визначається виразом

$$\vec{B} = \mu \cdot \mu_0 \vec{H},$$

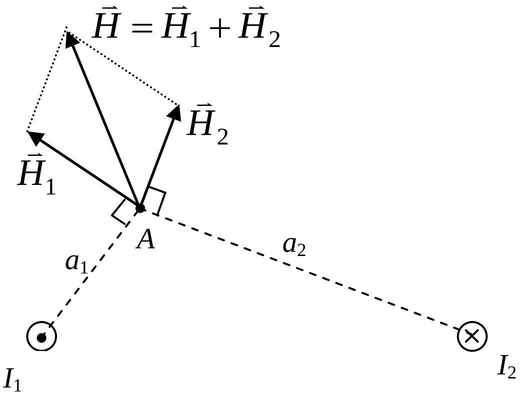
де μ є безрозмірним коефіцієнтом і називається *магнітною проникністю речовини*.

Для повітря значення магнітної проникності дуже близько до одиниці

$$\mu \cong 1.$$

Для вакууму магнітна проникність точно дорівнює одиниці $\mu = 1$.

Відзначимо ще той факт, що якщо в задачі нічого не сказано про середовище, в якій розглядається магнітне поле, то вважаємо, що $\mu = 1$.



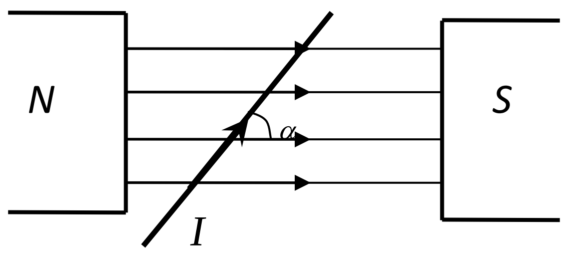
поля.

Принцип суперпозиції магнітних полів

Зокрема зобразимо напруженість магнітного поля в точці А від двох нескінченних прямих струмів спрямованих перпендикулярно до площини листа до «нас» - струм I_1 і від «нас» - струм I_2.

3. СИЛА АМПЕРА И СИЛА ЛОРЕНЦА.

Для кількісного опису явища впливу магнітного поля на провідник зі струмом розглянемо наступний експеримент (див. мал.)



Досвід показує, що сила, яка діє на струм в магнітному полі, залежить від величини даного поля, довжини провідника, сили струму і розташування цього струму (кута α). Дана сила носить назву сили Ампера, а відповідний вираз закон Ампера:

$$\vec{F}_A = I[\vec{l}, \vec{B}],$$

де в квадратних дужках написано векторний добуток векторів, вектор $\vec{l}$ має довжину рівну довжині провідника поміщеного в магнітне поле, і його напрямок збігається з напрямком сили струму. Вектор $\vec{B}$ називається вектором **магнітної індукції**, яка вимірюється в теслах (Тл). Закон Ампера (силу Ампера) можна переписати в скалярному вигляді

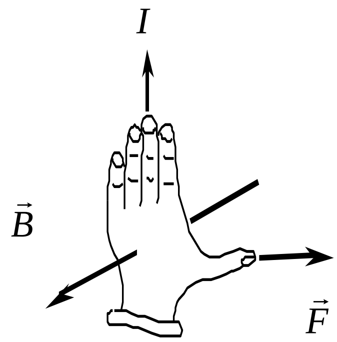
$$F_A = IlB\sin\alpha,$$

де α - кут між лініями магнітної індукції і напрямком сили струму.

У разі неоднорідного магнітного поля на нескінченно малий елемент струму $Id\vec{l}$ діє нескінченно мала сила Ампера $d\vec{F}_A$

$$d\vec{F}_A = I[d\vec{l},\vec{B}]$$

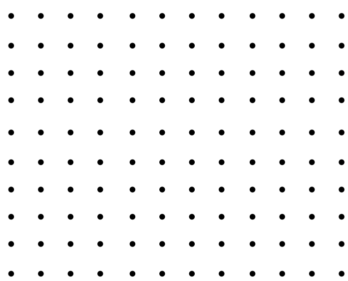
Напрямок сили Ампера можна знайти за допомогою правила лівої руки:



а) ставимо ліву руку так, щоб силові лінії магнітного поля входили в долоню;
б) чотири витягнутих пальці показують напрямок струму в провіднику;
в) тоді великий відігнутий палець покаже напрямок сили $\vec{F}$.

Очевидно, що лінії магнітного поля спрямовані таким чином, що в кожній точці простору дотичний до них вектор збігається за напрямком з вектором магнітної індукції $\vec{B}$. Якщо вектор $\vec{B}$ лежить в площині листа, то його зображення не представляє труднощі. якщо вектор $\vec{B}$ перпендикулярний до площини листа, то його домовилися зображати хрестиком, якщо вектор направлений від "нас ". І точкою, якщо - до "нас". Теж саме стосується для зображення напрямку сили струму або швидкості рухомого заряду.

$\vec{B}$



$\vec{B}$

Магнітне поле направлено від "нас".   Магнітне поле направлено до "нас ".

Лоренц припустив, що сила Ампера пояснюється тим, що магнітне поле діє на рухомі заряди в провіднику. Як ми знаємо з розділу «Електростатика і постійний струм» для сили струму I існує вираз

$I = qn\upsilon S$,

де q - заряд, який рухається в провіднику (як правило, це електрони з зарядом $e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ Кл), $n = N/V$ - концентрація носіїв заряду (число зарядів, поділене на обсяг який вони займають), υ - швидкість спрямованого руху цих зарядів, S - площа поперечного перерізу провідника.

Підставимо цей вираз в формулу сили Ампера

$$F_A = IlB\sin\alpha = qn\upsilon SlB\sin\alpha = q\frac{N}{V}\upsilon VB\sin\alpha = qN\upsilon B\sin\alpha,$$

де ми підставили вираз для концентрації $n = N/V$ і помітили, що добуток довжини провідника на його площа поперечного перерізу $Sl = V$ дорівнює об'єму провідника.

Звідси маємо $\frac{F_A}{N} = q\upsilon B\sin\alpha$, де зліва стоїть сила, що діє на одиничний заряд, яка називається силою Лоренца. Таким чином, формула сили Лоренца в скалярному вигляді записується як

$$F_Л = q\upsilon B\sin\alpha.$$

Цьому виразенню можна надати і векторний вигляд

$$\vec{F}_л = q[\vec{\upsilon}, \vec{B}].$$

Напрямок сили Лоренца також зручно визначати за правилом лівої руки (див. Попередній пункт). Тільки в цьому випадку необхідно слова - напрямок сили струму замінити - на напрям швидкості руху заряду і додати четвертий пункт.

Правило лівої руки для сили Лоренца:

а) ставимо ліву руку так, щоб силові лінії магнітного поля входили в долоню;

б) чотири витягнутих пальці показують напрямок швидкості руху заряду (тобто $\vec{\upsilon}$);

в) тоді великий відігнутий палець покаже напрям сили $\vec{F}$;

г) якщо заряд негативний, то напрямок сили потрібно поміняти на протилежне.

4. Рух заряджених частинок в магнітному полі.

Розглянемо рух частинки масою m і зарядом q в постійному однорідному магнітному полі $\vec{B}$. Лінії магнітної індукції перпендикулярні площині креслення і спрямовані за креслення (від нас). Розглянемо найпростіший випадок, коли швидкість частинки $\vec{\upsilon}$ перпендикулярна вектору $\vec{B}$. Частинка рухається по колу радіусом R, оскільки сила, що діє на неї - сила Лоренца, в кожній точці траєкторії перпендикулярна швидкості і спрямована до центру кола, то вона є доцентровою силою:

$$\vec{F}_л = q[\vec{\upsilon}, \vec{B}].$$

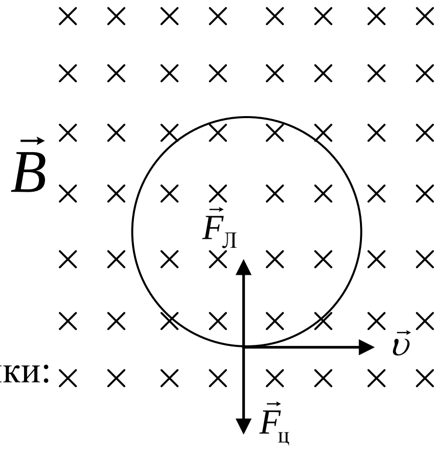
Так як $\vec{\upsilon} \perp \vec{B}$, то $\alpha = 90^\circ$, отже $\sin\alpha = 1$ и $F_л = q\upsilon B$.

З іншого боку на заряд діє відцентрова сила $\vec{F}_ц$ спрямована від центра кола

$$F_ц = \frac{m\upsilon^2}{R}.$$

Ці дві сили компенсують один одного, отже, модулі цих сил рівні, то

$$\frac{m\upsilon^2}{R} = q\upsilon B.$$



Звідки знаходимо $R = \dfrac{m\upsilon}{qB}$.

Радіус кола зменшується з збільшенням магн Індукції поля $\vec{B}$ і зростає пропорційно швидкості частинки.

Обчислимо період обертання частинки по кола, тобто час, за яке вона здійснює один оберт. розділимо довжину окружності на швидкість частинки:

$$T = \frac{2\pi R}{\upsilon} = \frac{2\pi}{\upsilon}\frac{m\upsilon}{qB} = \frac{2\pi}{B}\frac{m}{q}.$$

Період не залежить від швидкості частинки і визначається тільки відношенням її заряду до маси і індукцією магнітного поля $\vec{B}$.

Відношення заряду до маси $\dfrac{q}{m}$ називається питомим зарядом частинки.

Залежність періоду від швидкості використовується в циклотроні - циклічному прискорювачі заряджених частинок.

5. Закон Біо–Савара–Лапласа.

У попередніх параграфах ми встановили, як діє магнітне поле на рухомі заряди і струми. При цьому ми вважали відомою індукцію поля $\vec{B}$. Тепер ми сформулюємо закон, що дозволяє обчислювати магнітну індукцію $\vec{B}$ поля, створеного струмом, що тече по провіднику. Цей закон отримано узагальненням дослідних фактів і носить назву закону *Біо-Савара-Лапласа*.

Нехай струм тече по довгому тонкому провіднику довільної форми (рис.2). Візьмемо який-небудь відрізок провідника $d\vec{l}$ настільки малої довжини, що його можна вважати прямолінійним.Похідна $I\,d\vec{l}$ називають **елементом струму** Закон Біо–Савара–Лапласа стверджує, що індукція $d\vec{B}$ *магнітного поля, створеного лінійним елементом струму*

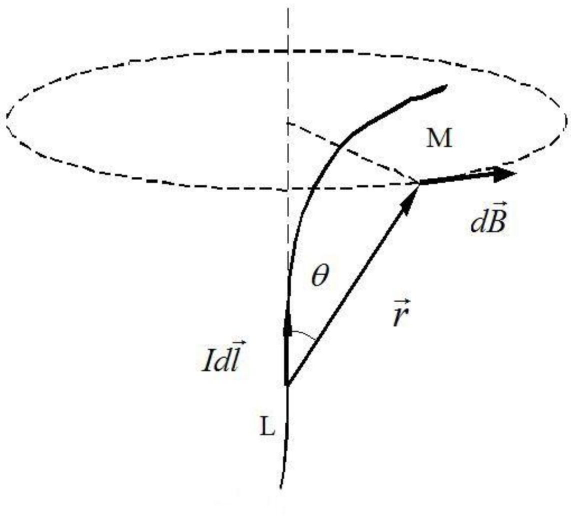


Рис.2

в точці М на відстані r від нього, виражається формулою

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{I[d\vec{l}, \vec{r}]}{r^3} \text{ або } d\vec{H} = \frac{1}{4\pi} \cdot \frac{I[d\vec{l}, \vec{r}]}{r^3}.$$

таким чином пропорційна силі струму I і обернено пропорційна квадрату відстані, вектор $\vec{r}$ з'єднує лінійний елемент струму з досліджуваної точкою М (див. рис.2).

Індукцію магнітного поля $\vec{B}$, створеного провідником у точці M, можна знайти, якщо підрахувати векторну суму магнітних полів $d\vec{B}$, створених в цій точці кожним елементом струму $Id\vec{l}$, на які ми подумки розбиваємо провідник. Підсумовування полів зводиться до обчислення інтеграла по контуру L, створеним цим провідником. У разі, коли провідник і точка спостереження M знаходятся в одній плоскості, всі вектори $d\vec{B}$ мають однаковий напрям, і цей інтеграл набуває вигляду

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int_L \frac{\sin\theta \, dl}{r^2} \text{ або } H = \frac{I}{4\pi} \int_L \frac{\sin\theta \, dl}{r^2},$$

де θ – кут між векторами $d\vec{l}$ і $\vec{r}$.

Знайдемо за допомогою закону Біо-Савара-Лапласа індукцію магнітного поля прямого і колового струмів.

5.1. Магнітне поле прямого ступу

Лінії магнітної індукції $\vec{B}$ поля, створеного струмом I, поточним по прямолінійному провіднику являють собою концентричні кола, що лежать в перпендикулярній до провідника площині (рис.3). Напрямок ліній індукції визначається *правилом правого гвинта: якщо гвинт обертати за напрямком ліній $\vec{B}$, він рухається уздовж напряму струму I.*

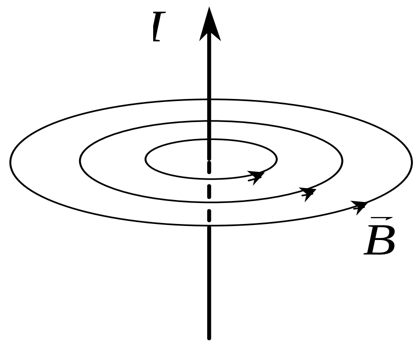


Рис.3

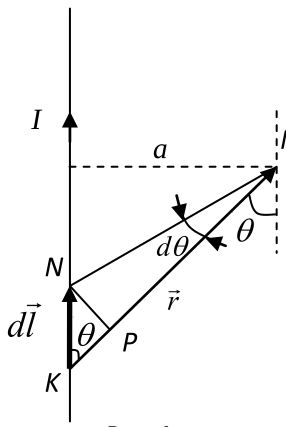


Рис.4

Виділимо на провіднику лінійний елемент $d\vec{l}$ і з'єднаємо його початок з точкою M. Кут між радіус-вектором $\vec{r}$ і елементом $d\vec{l}$ дорівнює θ. Під малим кутом $d\theta$ з точки M видний елемент $d\vec{l}$. Відстань від M до провідника дорівнює a. З трикутника KNP слідує що $dl\sin\theta = NP$. З іншої сторони $NP = rd\theta$ (справедливо для малих $d\theta$). Таким чином. $dl\sin\theta = rd\theta$. Тоді маємо

$$H = \frac{I}{4\pi} \int_L \frac{\sin\theta \, dl}{r^2} = \frac{I}{4\pi} \int_L \frac{rd\theta}{r^2} = \frac{I}{4\pi} \int_L \frac{d\theta}{r}.$$

Зауважимо, що $r = a / sin\theta$, отримаємо

$$H = \frac{I}{4\pi}\int_L \frac{d\theta}{r} = \frac{I}{4\pi}\int_L \frac{sin\theta \cdot d\theta}{a} = \frac{I}{4\pi a}\int_L sin\theta \cdot d\theta .$$

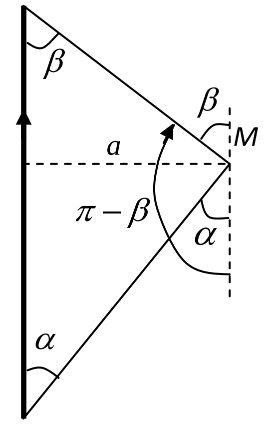


Рис.5

З рис.5 видно, що криволінійний інтеграл зводиться до визначеного інтегралу за θ в границях від α до $\pi - \beta$:

$$H = \frac{I}{4\pi a}\int_{\alpha}^{\pi-\beta} sin\theta\, d\theta =$$

$$= \frac{-I}{4\pi a} cos\theta\Big|_{\alpha}^{\pi-\beta} = \frac{-I}{4\pi a}\left(cos(\pi-\beta) - cos(\alpha)\right),$$

де α і β – кути, під якими кінці провідника видно з точки M.

Так як. $cos(\pi-\beta) = -cos\beta$, то отримаємо:

$$H = \frac{I}{4\pi a}(cos\alpha + cos\beta).$$

У випадку нескінченно довгого провідника кути α і β прагнуть до нуля, тоді $cos\alpha = cos\beta = 1$, і ми приходимо до формули для напруженості магнітного поля нескінченно довгого провідника:

$$H = \frac{I}{2\pi a}.$$

5.2. Магнітне поле кругового струму

Обчислимо напруженість магнітного поля, створеного струмом, поточним для кругового контуру. Лінії індукції навколо контуру показано на рис.6.

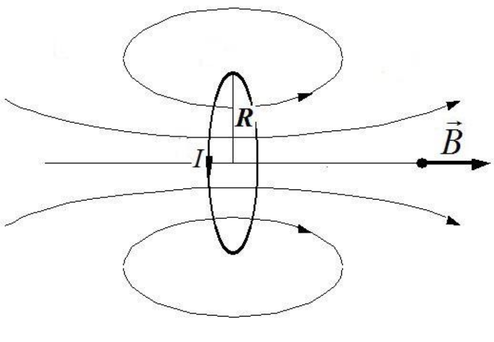


Рис.6

Знайдемо магнітне поле в точці M на осі контуру на відстані x від його центру (рис.7).

Елемент струму $Id\vec{l}_1$, взятий у верхній точці контуру L, створюється в точці M поле $d\vec{B}_1$, а елемент $Id\vec{l}_2$ в нижній точці – поле $d\vec{B}_2$. Відстань r від цих елементів до точки M одне і те ж. Безліч елементів $Id\vec{l}$, на які ми подумки розіб'ємо контур L, дає безліч елементів $d\vec{H}$ створеного ними магнітного поля, які утворюють бічну поверхню конуса.

Сума цих векторів і є шуканий вектор $\vec{H}$ магнітного поля колового струму,

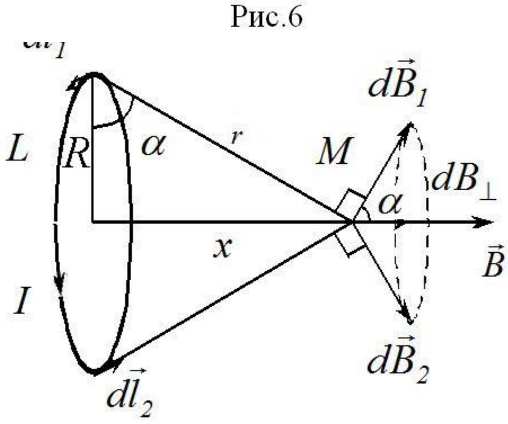


Рис.7

перпендикулярний його площині. Модуль вектора $\vec{H}$ дорівнює інтегралу від $dH_{\perp} = dH \cdot cos\,\alpha$. Скориставшись формулою $dH = \frac{I}{4\pi}\frac{sin\,\theta\, dl}{r^2}$ в якій $sin\,\theta = 1$ так як. вектор $\vec{r}$ перпендикулярний $d\vec{l}$.

$$H = \int_L dH_{\perp} = \frac{I}{4\pi r^2}\int_L dl \cdot cos\,\alpha\,,$$

де ми врахували, що для кожної точки колового струму $r = const$.
З малюнка видно що $cos\,\alpha = R\,/\,r$. Також зазначимо, що інтегрування вздовж контуру дає довжину окружності $\int_L dl = 2\pi R$.

Отримаєм

$$H = \frac{I}{4\pi r^2}\int_L dl \cdot cos\,\alpha = \frac{IR}{4\pi r^3}\int_L dl = \frac{IR}{4\pi r^3}2\pi R = \frac{IR^2}{2r^3}.$$

Враховуючи, що $r = \sqrt{R^2 + x^2}$, остаточно маємо

$$H = \frac{I\,R^2}{2(R^2 + x^2)^{3/2}}.$$

В центрі колового струму $x = 0$ і отримуємо важливий окремий випадок

$$H = \frac{I}{2R}.$$

5.3. ТЕОРЕМА ПРО ЦИРКУЛЯЦІЮ ВЕКТОРА МАГНІТНОЇ ІНДУКЦІЇ У ВАКУУМІ

Теорема про циркуляцію вектора магнітної індукції дозволяє обчислювати індукцію магнітного поля, створеного сукупністю струмів, що течуть по проводах.

Циркуляцією C вектора $\vec{B}$ по замкнутому контуру L називаєтся інтеграл по цьому контуру від скалярного добутку $\vec{B}$ на елемент контуру $d\vec{l}$

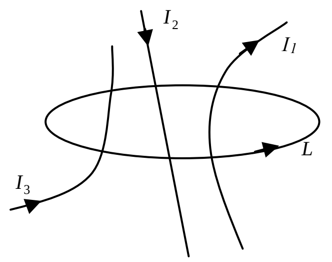
$$C = \oint_L \vec{B}\,d\vec{l}\,.$$

Інтегрування по контуру припускає, що значення підінтегральної функції беруться в точках цього контуру. Коло на значку інтеграла означає, що контур L замкнутий.

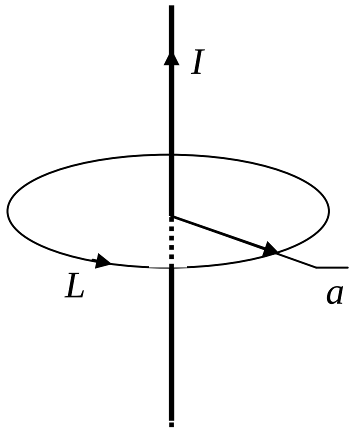
Формулювання теореми: *циркуляція вектора магнітної індукції по довільному замкненому контуру дорівнює алгебраїчній сумі струмів, охоплених цим контуром, помноженої на* μ_o*:*

$$\oint_L \vec{B}\,d\vec{l} = \mu_o \sum_{k=1}^{N} I_k\,.$$

Позитивними вважаються струми, напрямок яких пов'язане з напрямком обходу контуру правилом правого гвинта (струми I_1 і I_3 на Мал.1), негативними – струми, що течуть у зворотному напрямку.



Визначення магнітного поля нескінченного прямого струму за допомогою теореми и циркуляції



Знайдемо за допомогою теореми про циркуляцію магнітне поле, створене нескінченним прямим провідником із струмом (Мал.3). В якості контуру інтегрування L візьмемо одну з ліній магнітної індукції $\vec{B}$, представляє собою окружність радіуса a. Оскільки елемент контуру $d\vec{l}$ в кожній його точці має той же напрямок, що і вектор $\vec{B}$, косинус кута між ними дорівнює одиниці і скалярний добуток векторів $\vec{B}d\vec{l}$ перетворюється в добуток їхніх модулів: $\vec{B}d\vec{l} = Bdl$. Крім того, модуль вектора має постійне значення в усіх точках контуру, оскільки всі вони рівновіддалені від провідника. Тоді, ліва частина теореми про циркуляцію дає:

$$\oint_L \vec{B}\,d\vec{l} = \oint_L B\,dl = B\oint_L dl = 2\pi a \cdot B \;,$$

де $2\pi a$ - довжина кола.
Для правої частини отримуємо:

$$\mu_o \sum_{k=1}^{N} I_k = \mu_o I \,,$$

так як струм один.
Звідки

$$B = \frac{\mu_o I}{2\pi a}\,,$$

що збігається з отриманим раніше виразом.