

Лабораторна робота № 17

ВИЗНАЧЕННЯ ДЕКРЕМЕНТА ЗАГАСАННЯ КАМЕРТОНА

Мета роботи: вивчення затухаючих коливань.

Прилади й матеріали: лабораторна установка для визначення декременту загасання камертона, секундомір.

Теоретичні відомості

Вільні коливання – це коливання, які існують в коливальних системах після припинення зовнішнього впливу. Через існування втрат енергії у реальних коливальних системах амплітуда вільних коливань з часом зменшується до нуля. Якщо втрати енергії малі, то амплітуда коливань змінюється повільно і коливання загасають протягом багатьох періодів (рис. 1).

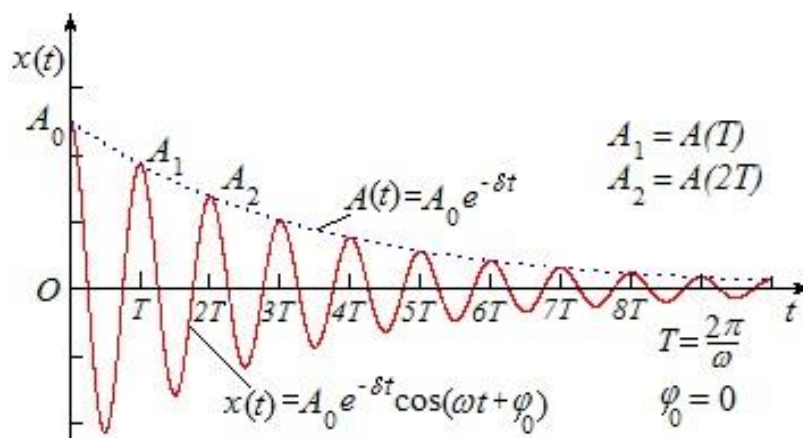


Рисунок 1. Графік загасаючих коливань.

У цьому випадку відхилення коливної точки з часом t , $x = x(t)$, описується як

$$x(t) = A_0 e^{-\delta t} \cos(\omega t + \varphi_0), \quad (1)$$

де A_0 – початкова амплітуда, (рис. 1),

$A(t) = A_0 e^{-\delta t}$ демонструє як амплітуда згасаючих коливань зменшується з часом t ,

$e = 2,718$ – основа натурального логарифму,

δ – коефіцієнт загасання,

ω – циклічна (колова) частота,

φ_0 – початкова фаза.

Інтервал часу τ , протягом якого амплітуда коливань зменшується у e разів, називається часом релаксації коливань. Коефіцієнт загасання і час релаксації обернено пропорційні один одному:

$$\delta = 1/\tau, \quad \tau = 1/\delta.$$

Важливою умовою існування експоненціального закону загасання (окрім малих втрат) є пропорційність сили F опору (втрат) швидкості: $F \sim v$. Тоді період коливань T визначається формулою:

$$T = \frac{2\pi}{\sqrt{\omega_0^2 - \delta^2}}, \quad (2)$$

де ω_0 є циклічна частота власних незгасаючих коливань (в умовах коли $\delta = 0$). З виразу (2) бачимо, що коли $\delta^2 \ll \omega_0^2$, то період коливань практично дорівнює $T = 2\pi/\omega_0$, а чим більше коефіцієнт загасання, тим більше період коливань.

При розрахунках застосовується поняття декременту загасання. Декремент загасання дорівнює відношенню амплітуд двох послідовних коливань, тобто амплітуд, час між якими відрізняється на період коливань:

$$\frac{A(t)}{A(t+T)} = e^{\beta T}. \quad (3)$$

Натуральний логарифм виразу (3) називається логарифмічним декрементом загасання:

$$\kappa = \ln \frac{A(t)}{A(t+T)} = \beta T. \quad (4)$$

Тоді закон зменшення амплітуди коливань можна записати так:

$$A(t) = A_0 e^{-\frac{\kappa}{T} t}. \quad (5)$$

За час τ , при якому амплітуда коливань зменшується в e разів, коливальна система здійснює $N_e = \frac{\tau}{T}$ коливань. Оскільки $e^{-\kappa \frac{\tau}{T}} = e^{-1}$, тобто

$$\kappa \frac{\tau}{T} = \kappa \cdot N_e = 1.$$

Виходить, що логарифмічний декремент загасання обернено пропорційний кількості коливань, що існують в коливальній системі за час, протягом якого амплітуда коливань зменшується у e раз. На практиці зручно вимірювати змінювання амплітуди коливань в 2 рази. Тоді, якщо система за цей час Δt зробила N коливань, то, вважаючи, що частота коливань

$$f = \frac{N}{\Delta t} = \frac{1}{T}, \text{ одержимо } \Delta t = NT = \frac{N}{f}, \text{ або}$$

$$e^{\delta NT} = 2. \quad (6)$$

Логарифмуючи вираз (6), отримаємо $\delta NT = \ln 2$, звідки:

$$\kappa = \delta T = \frac{\ln 2}{N} = \frac{0,693}{\Delta t \cdot f}. \quad (7)$$

Виходить, що для логарифмічного декременту загасання потрібно визначити час Δt , протягом якого амплітуда коливань відомої частоти f зменшиться в 2 рази.

Якість коливальної системи характеризується добротністю Q :

$$Q = \frac{\pi}{\kappa} = \pi N_e, \quad (8)$$

де N_e – кількість коливань при зменшенні амплітуди коливань в e разів. Отже чим менші втрати енергії і, відповідно, чим вища добротність коливальної системи, тим більшу кількість коливань встигає здійснити система до

повного загасання коливань. Час, протягом якого коливання повністю загасають, для механічних систем (камертон, рояль) може бути до 40 с.

У даній лабораторній роботі треба визначити декремент загасання камертона. Камертон являє собою двозубу вилку, виготовлену із сталі або алюмінію. Частота коливань камертону визначається його розмірами та матеріалом. Камертон використовується при налагодженні музикальних інструментів та при співах як еталон частоти (певної ноти).

Оскільки коливання камертона здійснюються у повітрі, то декремент загасання коливань малий і амплітуда коливань зменшується за експоненціальним законом.

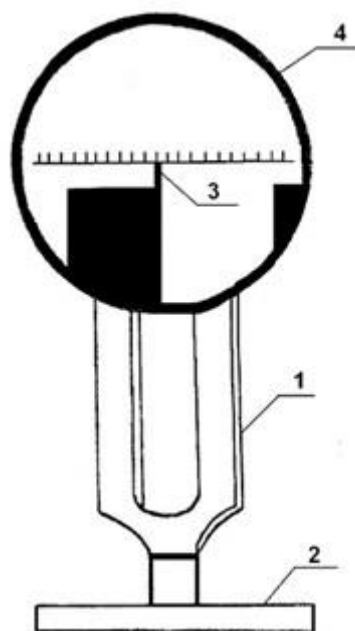


Рисунок 2. Лабораторна установка.

Лабораторна установка для визначення декременту загасання (рис. 2) містить камертон 1, закріплений на опорі 2. На одному з зубців камертону розташована голка 3, коливання якої розглядаються у мікроскоп 4. В окулярі мікроскопа зроблена шкала (у відносних одиницях) для відліку амплітуди коливань, які збуджуються ударом по камертону гумовим молоточком.

Згідно рівняння (3) для визначення декременту загасання необхідно знати зменшення амплітуди двох послідовних коливань. Такі вимірювання

зробити можна, але доцільніше визначити логарифмічний декремент загасання згідно з рівнянням (7). Як бачимо з цього рівняння, нам необхідно знати частоту коливань f та час Δt , протягом якого амплітуда коливань зменшиться в 2 рази. Це легко зробити за допомогою секундоміра та мікроскопа, а частота коливань камертона позначена на лабораторній установці.

Послідовність виконання роботи

1. Навести мікроскоп на голку камертона так, щоб одержати різке зображення голки та шкали.
2. Гумовим молоточком легенько вдарити по камертону. При цьому зображення голки буде мати вигляд горизонтальної смужки.
3. Дочекатися моменту, коли довжина смужки від голки буде дорівнювати цілому числу поділок шкали, і в цей момент ввімкнути секундомір.
4. Коли довжина смужки зменшиться вдвоє, зупинити секундомір та визначити Δt .
5. Дослід провести 5 разів. Результати вимірювань внести в таблицю 1.
6. По формулі (7) розрахувати логарифмічний декремент загасання в кожному експерименті.
7. Обчислити середнє значення логарифмічного декременту загасання.
8. Обчислити відносну і абсолютну похибки виміру логарифмічного декременту загасання.

Звіт за виконану роботу

1. Робоча формула:

$$\kappa = \frac{0,693}{\Delta t \cdot f} \text{ – логарифмічний декремент загасання.}$$

- 1.1. Величина, що вимірюється (таблиця 1):

Δt – інтервал часу, за який амплітуда коливань змінюється в 2 рази, $[\Delta t] = \text{с}$.

Таблиця 1

| | | | | | |
|--------------|---|---|---|---|---|
| i | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| Δt_i | | | | | |
| κ_i | | | | | |

1.2. Табличні величини:

$$f = \quad \text{Гц};$$

1.3. Величина, що обчислюється:

κ – логарифмічний декремент загасання, $[\kappa] = 1$.

$$\kappa_i = \frac{0,693}{\Delta t_i \cdot f}, \quad \text{де } i = 1, 2, \dots, 5;$$

Середнє значення κ :

$$\langle \kappa \rangle = \frac{\kappa_1 + \kappa_2 + \kappa_3 + \kappa_4 + \kappa_5}{5} =$$

3. Висновки:

Контрольні питання

1. Дати визначення вільних коливань. Навести приклади.
2. Записати рівняння затухаючих коливань та розтлумачити усі визначення цього рівняння.
3. Чим декремент загасання відрізняється від логарифмічного декременту загасання?
4. Вивести робочу формулу для логарифмічного декременту загасання.
5. Яка величина, що вимірюється в даній роботі, найбільше впливає на похибку результату?
6. Чи зміниться частота коливань камертона, якщо його занурити у воду?
7. Як можна визначити кількість коливань, що зроби камертон при зменшенні амплітуди коливань вдвічі?
8. Як на підставі результатів роботи визначити коефіцієнт загасання камертону?

9. Як пов'язані між собою період, частота та циклічна (колова) частота коливань?
10. Дати визначення добротності коливальної системи.