

Лабораторна робота № 58

ВИВЧЕННЯ ЗАКОНУ ОМА ДЛЯ ЗМІННОГО СТРУМУ

Мета роботи: експериментальна перевірка закону Ома для кола змінного струму.

Прилади й матеріали: лабораторна установка для дослідження струмів і напруг в колах змінного струму.

Теоретичні відомості

Закон Ома та правила Кірхгофа були встановлені для постійного струму. Однак вони виконуються і в колах змінного струму при умові, що зміна напруги та струму у всіх частинах кола здійснюються одночасно. Це можливо, коли розміри кола значно менші, ніж довжина хвилі електромагнітних коливань, що існують в колі. Струми, які відповідають цим умовам, називаються квазістаціонарними.

Крім того, в колах змінного струму треба відрізнити максимальні (амплітудні) значення струмів і напруг від ефективних (діючих) значень:

$$I_{\text{еф}} = \frac{I_{\text{м}}}{\sqrt{2}}; \quad U_{\text{еф}} = \frac{U_{\text{м}}}{\sqrt{2}}. \quad (1)$$

У даній роботі усі прилади градуйовані в ефективних (діючих) значеннях.

У загальному випадку коло змінного струму містить ємність C , котушку індуктивності L та омичний опір R (рис. 1). З'єднання елементів може бути як послідовним, так і паралельним. В даній роботі розглядається послідовне з'єднання.

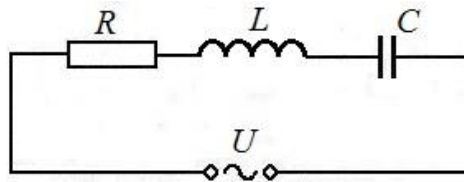


Рисунок 1. Послідовний RLC -контур.

Розглянемо випадки:

1. Коло містить тільки омичний опір (рис. 2а)

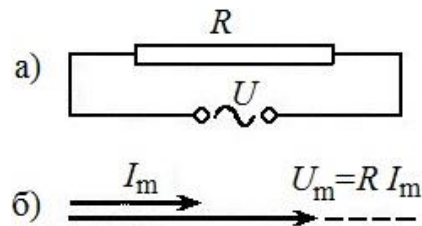


Рисунок 2. Векторна діаграма напруги і струму на резисторі.

Нехай до опору прикладена напруга, що змінюється за законом:

$$U = U_m \cos(\omega t), \quad (2)$$

де U_m – амплітудне значення напруги, ω – циклічна (колова) частота, t – час. Початкова фаза дорівнює нулю. Тоді, якщо виконуються вимоги квазістаціонарності, згідно з законом Ома струм через опір буде:

$$I = \frac{U}{R} = \frac{U_m}{R} \cos(\omega t) = I_m \cos(\omega t). \quad (3)$$

Бачимо, що фази зміни напруги і сили струму збігаються. Відповідно до цього вектори I_m та U_m колінеарні (рис. 2б).

2. Коло містить тільки індуктивність (рис. 3а),

$$U_L = \omega L I_m.$$

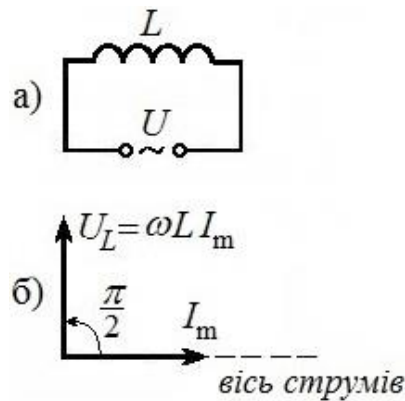


Рисунок 3. Векторна діаграма напруги і струму в котушці індуктивності.

Нехай напруга змінюється згідно з формулою (2). При цьому в котушці з'явиться ЕРС самоіндукції:

$$\mathcal{E}_c = -L \frac{dI}{dt}, \quad (4)$$

де L – індуктивність котушки, а знак "–" означає, що ЕРС самоіндукції спрямована протилежно зовнішній напрузі.

Згідно з другим законом Кірхгофа алгебраїчна сума добутків сил струму в колі дорівнює алгебраїчній сумі ЕРС, що діють в колі, тобто:

$$\sum_{s=1}^n I_s \cdot R_s = \sum_{i=1}^m \mathcal{E}_i, \quad (5)$$

а в нашому випадку

$$U_m \cos(\omega t) - L \frac{dI}{dt} = 0, \quad (6)$$

звідки

$$U_m \cos(\omega t) = L \frac{dI}{dt}, \quad (7)$$

тобто зовнішня напруга дорівнює ЕРС самоіндукції.

Для знаходження величини струму треба інтегрувати рівняння (7).

Одержимо:

$$dI = U_m \cos(\omega t) \cdot dt \quad \Rightarrow \quad I = \frac{U_m}{\omega L} \sin(\omega t) + const. \quad (8)$$

Оскільки в колі діє тільки постійний струм, то $const = 0$. Якщо в рівнянні (8) змінити \sin на \cos , то одержимо:

$$I = \frac{U_m}{\omega L} \cos\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right) = I_m \cos\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right). \quad (9)$$

Бачимо, що опором в даному випадку є величина

$$X_L = \omega L, \quad (10)$$

яку називають реактивним індуктивним опором, або просто індуктивним опором. Якщо взяти L в генрі (Гн), а частоту в $\frac{1}{с}$, то $[X_L] = \text{Ом}$. Індуктивний

опір називають реактивним тому, що індуктивність "реагує" на змінний струм на відміну від активного (омічного) опору. Реагування зводиться до зсуву фаз між напругою та струмом на кут $\pi/2$ (рис. 3б) – напруга випереджає струм на цей кут. Тоді

$$U_L = \omega L I_m \cos(\omega t). \quad (11)$$

Зсув по фазі між струмом та напругою легко зрозуміти, якщо взяти до уваги, що доки зовнішня напруга зростає, струму в індуктивності заважає Е.Р.С. самоіндукції.

3. Коло містить тільки ємність (рис. 4а).

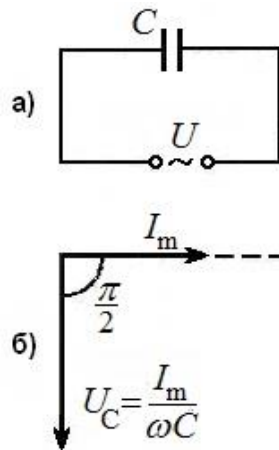


Рисунок 4. Векторна діаграма напруги і струму на конденсаторі.

Напруга на обкладках конденсатора дорівнює зовнішній напрузі:

$$U_C = \frac{q}{C} = U_m \cos(\omega t), \quad (12)$$

де q – заряд, C – ємність конденсатора.

Для знаходження сили струму треба взяти похідну від заряду по часу:

$$I = \frac{dq}{dt} = C \frac{dU}{dt}. \quad (13)$$

Диференціюючи і вважаючи, що $U = U_m \cos \omega t$, одержимо:

$$I = -\omega C U_m \sin(\omega t) = I_m \cos\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right), \quad (14)$$

звідки

$$I_m = \omega C U_m = \frac{U_m}{\left(\frac{1}{\omega C}\right)}. \quad (15)$$

Величина

$$X_C = \frac{1}{\omega C} \quad (16)$$

називається реактивним ємнісним опором, або ємнісним опором. Якщо вимірювати C в фарадах (Ф), а ω – в с^{-1} , то $[X_C] = \text{Ом}$. З формули (14) бачимо, що в випадку ємності напруга відстає по фазі від струму на $\pi/2$ (рис. 4б).

Наявність зсуву фаз легко зрозуміти, якщо взяти до уваги, що заряд на обкладках конденсатора досягає максимуму, коли струм через конденсатор зменшується до нуля.

4. Коло містить індуктивність, ємність та омичний опір (рис. 5а).

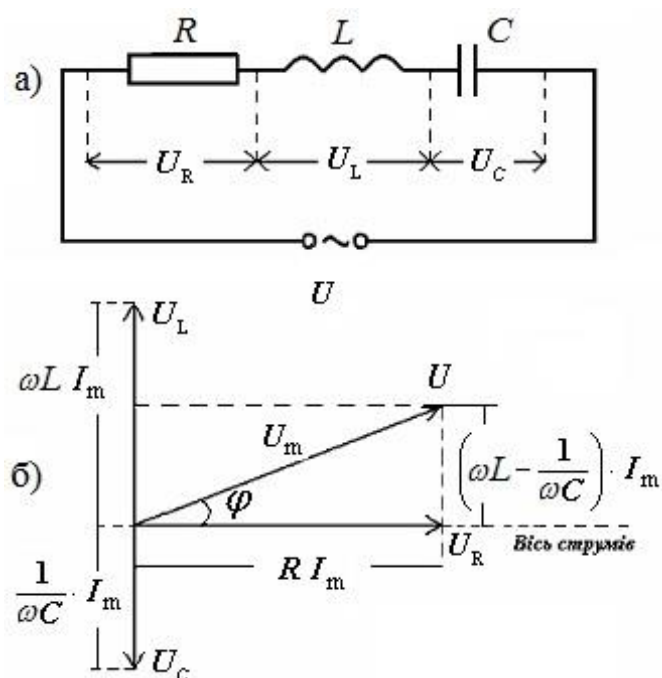


Рисунок 5. Векторна діаграма напруг в RLC -контурі.

Згідно з першим законом Кірхгофа в нерозгалуженому колі, як на рис. 5а, сила струму в усіх ділянках однакова:

$$I_m = \frac{U_m}{Z}, \quad (17)$$

де Z – загальний опір кола, який складається з омичного, індуктивного та ємнісного опорів.

Вважаючи, що в колах змінного струму струм та напруга є векторними величинами зі зсувом фаз, для знаходження результуючого значення напруги треба скласти вектори U_L , U_C , U_R згідно з правилами складання векторів. В результаті одержимо картину, що показана на рис. 5б. Тоді

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{U_L - U_C}{U_R} = \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R}. \quad (18)$$

Кут φ дає зсув фаз між напругою U_m та струмом I_m , тобто у загальному випадку між зовнішньою напругою та струмом у колі існує зсув фаз.

З виразу (18) випливає, що

$$I_m = \frac{U_m}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}}. \quad (19)$$

Вираз (19) є математичним записом закону Ома для кіл змінного струму. У даній роботі треба експериментально підтвердити цей закон. Для цього необхідно окремо визначити X_L , X_C , R , Z та порівняти чи збігається повний опір (імпеданс) Z , одержаний експериментально, з розрахованим по формулі

$$Z = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}. \quad (20)$$

Експериментальна установка для перевірки закону Ома містить послідовно ввімкнені котушку індуктивності, ємність, амперметр та реостат

для регулювання сили струму. За допомогою вольтметра вимірюється напруга на елементах схеми. Перемикач на панелі установки дає можливість вибирати одну із схем, що показані на рисунках 2а, 3а, 4а та 5а. Вимірювання активного опору здійснюється при вмиканні схеми в мережу постійної напруги, а інші вимірювання – при вмиканні в мережу змінного струму ($U = 220 \text{ В}$, $\nu = 50 \text{ Гц}$).

Послідовність виконання роботи

1. Ввімкнути схему в мережу постійного току $U = 50 \text{ В}$.
2. Перевести перемикач на панелі установки в положення 1 для вимірювання омичного опору.
3. За допомогою реостату встановити значення напруги та струмів, які достатні для вимірювання. Записати ці значення напруги та струму.
4. Згідно з законом Ома для постійного струму (3) розрахувати значення опору R .
5. Реостатом зменшити струм до найменш можливого.
6. Ввімкнути установку в мережу змінного струму 220 В .
7. Реостатом встановити мінімально можливе для надійного відліку значення струму, записати одержані значення. Треба вважати, що активним опором при вимірюваннях є опір самої котушки. Тому струм у колі обчислюється за формулою

$$I = \frac{U}{\sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}}, \quad (21)$$

звідки

$$L = \frac{\sqrt{U^2 - I^2 R^2}}{\omega I}, \quad (22)$$

де $\omega = 2\pi\nu = 2\pi \cdot 50 \text{ с}^{-1}$.

8. По формулі (22) розрахувати величину індуктивності.
1. Перевести перемикач на панелі установки в положення 2 для вимірювання ємності конденсатора.

2. Реостатом встановити значення напруги та струму, що достатні для вимірювань. Записати значення.
3. Розрахувати величину ємності за формулою:

$$C = \frac{I}{\omega U} = \frac{I}{2\pi \nu U}, \quad (23)$$

де $\nu = 50 \text{ с}^{-1}$.

4. Перевести перемикач на панелі установки в положення 3 для визначення загального опору послідовно ввімкнених омичного опору, індуктивності та ємності.
5. Реостатом встановити значення струму, яке близьке до значення при вимірюванні індуктивності, та записати одержані значення струму та напруги.
6. По формулі $Z = \frac{U}{I}$ розрахувати величину повного опору Z .
7. По знайденим раніше значенням R , L , C розрахувати величину Z по формулі (20).
8. Порівняти значення, одержане по формулі (20), з експериментально виміряним по п. 14.
9. Проаналізувати можливе розходження результатів та пояснити причину цього.

Звіт за виконану роботу

1. Робоча формула:

$$Z = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2} \quad \text{– повний опір (імпеданс).}$$

- 1.1. Величини, що вимірюються:

U – напруга, $[U] = \text{В}$.

I – струм, $[I] = \text{А}$.

1.2. Табличні величини:

$$\omega = 2\pi\nu = 2\pi \cdot 50 \frac{1}{\text{с}}$$

1.3. Величини, що обчислюється:

R – омичний опір, $[R] = \text{Ом}$;

L – індуктивність, $[L] = \text{Гн}$;

C – ємність, $[C] = \text{Ф}$;

Z – повний опір, $[Z] = \text{Ом}$.

2. Результати експерименту внести в таблицю 1:

Таблиця 1

| | $U, \text{В}$ | $I, \text{А}$ |
|-------------------------|---------------|---------------|
| перемикач в положенні 1 | | |
| мережа пост. току | $U_1 =$ | $I_1 =$ |
| мережа змінного току | $U_2 =$ | $I_2 =$ |
| перемикач в положенні 2 | | |
| мережа змінного току | $U_3 =$ | $I_3 =$ |
| перемикач в положенні 3 | | |
| мережа змінного току | $U_4 =$ | $I_4 =$ |

3. Обробка результатів експерименту:

Визначити по формулі (3) значення опору для постійного струму

$$R = \frac{U_1}{I_1}$$

Визначити по формулі (22) величини індуктивності

$$L = \frac{\sqrt{U_2^2 - I_2^2 R^2}}{2\pi\nu_2}$$

Визначити по формулі (23) величини ємності

$$C = \frac{I_3}{2\pi\nu_3 U_3}$$

Визначити величини повного опору за експериментальними даними

$$Z_e = \frac{U_4}{I_4}.$$

По знайденим величинам опору R , індуктивності L та ємності C розрахувати величину повного опору Z по формулі (20)

$$Z = \sqrt{R^2 + \left(2\pi\nu L - \frac{1}{2\pi\nu C}\right)^2}.$$

Порівняти значення повного опору, одержаного по формулі (20), з експериментально виміряним.

4. Висновки:

Контрольні питання

1. Дати визначання частоти, періоду, амплітуди та фази гармонічного коливання.
1. Що таке коливальний контур? Чим послідовний коливальний контур відрізняється від паралельного?
2. Пояснити явища, що відбуваються в коливальному контурі.
3. Що таке квазістаціонарні струми?
4. Сформулювати правила Кірхгофа.
5. Чим амплітудні (максимальні) значення струмів та напруг відрізняються від ефективних (діючих)? Які значення нанесені на прилади у даній роботі?
6. Накреслити векторні діаграми для послідовно ввімкнених активного опору, індуктивності та ємності.
7. Чому в загальному випадку в колах змінного струму напруга та струм зсунуті по фазі?
8. Запишіть формули для розрахунку ємнісного та індуктивного опору. Накресліть графіки залежності цих опорів від частоти.
9. Чому експериментальне та розрахункове значення загального опору не збігаються?