

Лекція №4.

Закон збереження енергії в електростатичному полі.

Якщо пробний заряд рухається в електричному полі, то він володіє як потенційною енергією, так і кінетичною. Тоді із закону збереження, повної енергії можна написати

$$q\varphi_1 + \frac{mv_1^2}{2} = q\varphi_2 + \frac{mv_2^2}{2}$$

Тоді

$$q\varphi_1 - q\varphi_2 = \frac{mv_2^2}{2} - \frac{mv_1^2}{2} \text{ або } q(\varphi_1 - \varphi_2) = \frac{mv_2^2}{2} - \frac{mv_1^2}{2}.$$

Різниця потенціалів $(\varphi_1 - \varphi_2)$ називається напругою, тобто $U = \varphi_1 - \varphi_2$, тоді

$$qU = \frac{mv_2^2}{2} - \frac{mv_1^2}{2}$$

Якщо спочатку заряд спочивав $v_1 = 0$, то

$$qU = \frac{mv^2}{2},$$

де v - швидкість заряду, яку він придбав пройшовши прискорючу різницю потенціалів $U = \varphi_1 - \varphi_2$.

Якщо швидкість заряду в електричному полі зменшується, $v_2 < v_1$, то $U < 0$ і кажуть, що заряд проходить затримуючу різницю потенціалів.

Енергія системи зарядів у зовнішньому електричному полі.

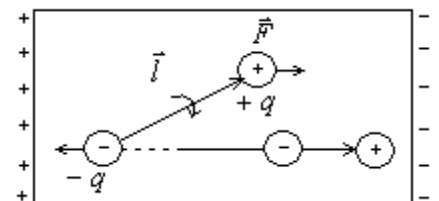
Зовнішнє електричне поле можна характеризувати потенціалом φ . Тоді, якщо в такому полі знаходиться N зарядів, то енергія такої системи визначається виразом

$$W = q_1\varphi_1 + q_2\varphi_2 + \dots + q_N\varphi_N = \sum_{i=1}^N q_i\varphi_i,$$

де ми вважаємо, що всі заряди малі, тобто не створюють свого електричного поля (або воно занадто мало в порівнянні із зовнішнім полем)

Застосуємо цю формулу для розрахунку енергії диполя в однорідному електричному полі.

Електричним диполем називається система двох зв'язаних між собою рівних по величині і протилежні по знаку точкових зарядів. Величина $\vec{p} = q\vec{l}$ - називається *електричним моментом диполя*, \vec{l} - *плече диполя* - вектор, спрямований від негативного заряду до позитивного.



В електричному полі на диполь діє пара сил (див. Рис.), Внаслідок чого диполь встановлюється (орієнтується) уздовж силових ліній поля.

$$\vec{F} = q\vec{E}$$

$\vec{M} = [\vec{l} \times \vec{F}] = [\vec{l} \times q\vec{E}] = [q\vec{l} \times \vec{E}] = [\vec{p}\vec{E}]$ - момент пари сил, що діє на диполь в електричному полі.

Тоді, маємо

$$W = q_1\varphi_1 + q_2\varphi_2,$$

де, $q_1 = -q$, $q_2 = q$ так як ми розглядаємо диполь.

Також врахуємо, що в однорідному полі $E = -\frac{\Delta\varphi}{\Delta x} = -\frac{\varphi_2 - \varphi_1}{x_2 - x_1}$, отже

$$\varphi_2 - \varphi_1 = -(x_2 - x_1)E \text{ або } \varphi_2 = \varphi_1 - (x_2 - x_1)E.$$

Підставами вираз для зарядів і для φ_2 в формулу для енергії

$$W = q_1\varphi_1 + q_2\varphi_2 = -q\varphi_1 + q\varphi_2 = -q\varphi_1 + q(\varphi_1 - (x_2 - x_1)E) = \\ = -q\varphi_1 + q\varphi_1 - q(x_2 - x_1)E = -q(x_2 - x_1)E = -q\Delta x \cdot E = -q \cdot l \cdot \cos(\alpha) \cdot E,$$

де \vec{l} - плече диполя (див. рис.). Тоді

$$W = -q \cdot \vec{l} \cdot \vec{E} = -\vec{p} \cdot \vec{E}.$$

Якщо вектори \vec{p} і \vec{E} мають однаковий напрямок $\alpha = 0 \Rightarrow \cos(\alpha) = 1$, то енергія мінімальна

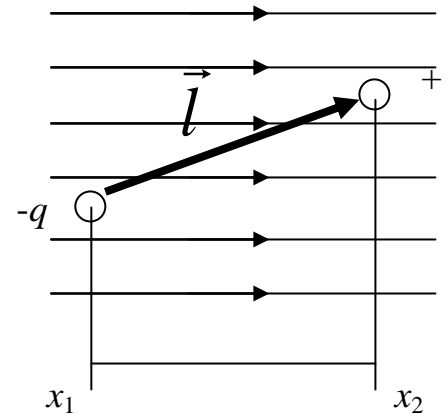
$$W = -p \cdot E,$$

що відповідає стійкій рівновазі.

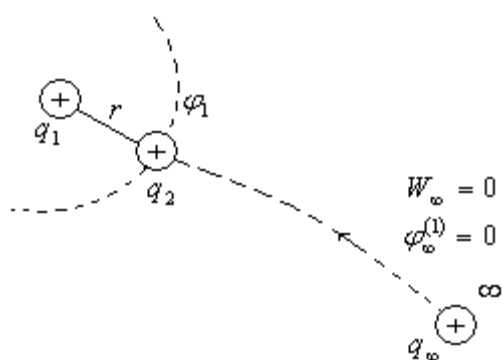
Якщо вектори \vec{p} і \vec{E} мають протилежні напрямки $\alpha = 180^\circ \Rightarrow \cos(\alpha) = -1$, то енергія максимальна

$$W = p \cdot E,$$

тобто рівновага нестійка.



Енергія системи нерухомих точкових зарядів.



Як ми вже знаємо, сили з якими взаємодіють заряджені тіла, є *потенційними*. Отже, система заряджених тіл володіє *потенційною енергією*. Коли заряди віддалені один від одного на нескінченність, вони не взаємодіють. Покладемо в цьому випадку їх енергію рівної нулю.

Розглянемо спочатку систему, що складається з двох точкових зарядів (див.рис.). Зблизим заряди на задану відстань r . При цьому ми зробимо роботу проти сил електричного поля, яка піде на збільшення потенційної енергії системи. Зближення зарядів можна зробити, наближаючи q_2 до q_1 або q_1 до q_2 . В обох випадках відбувається однакова робота:

$$+ A = W_\infty - W, W_\infty = 0,$$

$$-W = A = q_2(\varphi_\infty^{(1)} - \varphi_1), \varphi_\infty^{(1)} = 0,$$

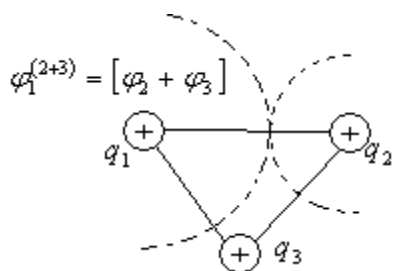
$$W = q_2\varphi_1; \varphi = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r}$$

$$W = q_2\varphi_1 = \frac{q_2 q_1}{4\pi\epsilon_0 r} = \frac{1}{2} q_2 \frac{q_1}{4\pi\epsilon_0 r} + \frac{1}{2} q_1 \frac{q_2}{4\pi\epsilon_0 r} \text{ или}$$

$$W = \frac{1}{2}(q_1\varphi_2 + q_2\varphi_1)$$

В останній формулі φ_1 - потенціал поля 1-го заряду в тому місці, де знаходиться другий заряд; φ_2 - потенціал поля другого заряду в тому місці, де знаходиться перший заряд. З урахуванням сказаного, цю формулу можна записати також у вигляді:

$$W = \frac{1}{2}(q_1\varphi_1^{(2)} + q_2\varphi_2^{(1)})$$



Неважко переконатися в тому, що потенційна енергія системи трьох нерухомих точкових зарядів може бути представлена у вигляді:

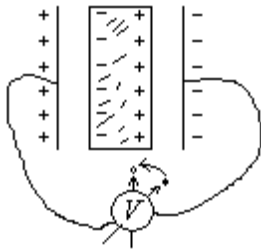
$$W = \frac{1}{2}(q_1\varphi_1^{(2+3)} + q_2\varphi_2^{(1+3)} + q_3\varphi_3^{(1+2)})$$

У загальному випадку системи n нерухомих точкових зарядів **енергія системи** визначається за формулою:

$$W = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n q_i \varphi_i$$

Електростатичне поле в діелектриках.

1.10. Поляризація діелектриків. Вільні і зв'язані заряди.



Основні види поляризації діелектриків.

Явище виникнення електричних зарядів на поверхні діелектриків в електричному полі називається **поляризацією**. Виникаючі при цьому заряди - **поляризаційними** (рис.3.1).

Рис.3.1. Поляризація діелектрика.

У провідниках (наприклад, металах) є **вільні** заряди, які можна розділити (рис.3.2).

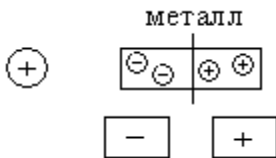


Рис.3.2. Поділ вільних зарядів в металі.

У діелектриках заряди зміщуються лише в межах окремих молекул, тому їх розділити не можна (рис.3.3). Такі заряди називаються **пов'язаними**.

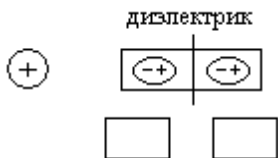


Рис.3.3. Пов'язані заряди розділити не можна.

Розрізняють такі **основні види поляризації** діелектриків.

1) **Ориентационная** поляризація (полярні діелектрики).

Молекули таких речовин вже в початковому стані мають власний *дипольний електричний момент* $\vec{p}_0 \neq 0$ (рис.3.4).

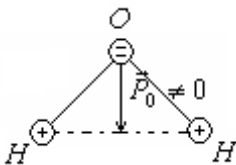


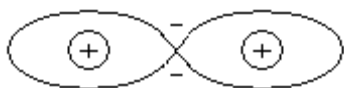
Рис.3.4. Полярна молекула води.

2) **Деформаційна** або **електронна** поляризація
(Не полярні діелектрики).

Приклад молекул яких речовин: H_2 , O_2 . Між атомами в молекулі діє ковалентний неполярний зв'язок. «Центри ваги» позитивних і негативних іонів збігаються, тому в початковому стані *дипольний електричний момент* у таких молекулах *відсутній* (рис.3.6).

$$\vec{p}_0 = 0$$

Рис.3.6. Неполярная молекула водню.



В електричному полі електронне хмара молекули деформується, внаслідок чого «центри тяжіння» позитивних і негативних зарядів *зміщуються* (рис.3.7), і у молекули з'являється наведений дипольний момент $\vec{p} = \epsilon_0 \beta \vec{E}$ (β - поляризованість молекули).

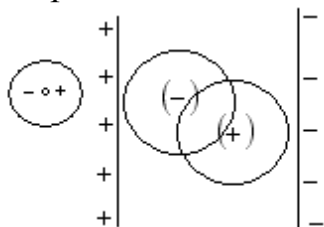
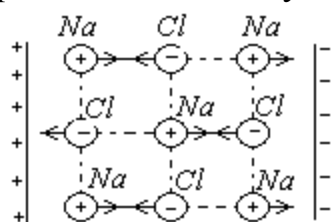


Рис.3.7. Електронна поляризація.

3) **Іонна** поляризація (кристали).

Іонні кристали (наприклад, кристали кухонної солі $NaCl$) побудовані з позитивних і негативних іонів, що утворюють як би дві кристалічні решітки, зсунуті одна відносно іншої на половину періоду. Такий кристал можна розглядати як одну велику «молекулу» (рис.3.8).

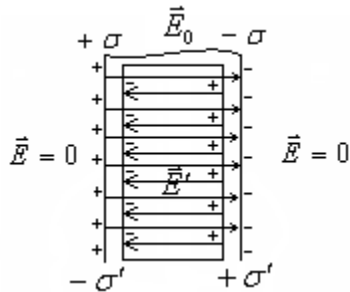


В електричному полі іони протилежного знаку *зміщуються* один щодо одного в різні боки, в результаті чого кристал набуває макроскопічний дипольний електричний момент $\vec{P} = \epsilon_0 \beta \vec{E}$ (β - поляризованість кристала).

Рис.3.8. Іонна поляризація.

Напруженість електричного поля в діелектрику.

Відповідно до *принципу суперпозиції* електричне поле в діелектрику векторно складається з зовнішнього поля \vec{E}_0 і поля поляризаційних зарядів \vec{E}' (рис.3.11).



$$\vec{E} = \vec{E}_0 + \vec{E}' \quad \text{або по абсолютній величині}$$

$$E = E_0 - E'$$

Ми бачимо, що величина напруженості поля в діелектрику менше, ніж у вакуумі. Іншими словами, будь-який діелектрик послаблює зовнішнє електричне поле.

Рис.3.11. Електричне поле в діелектрику.

Для в *ізотропного* діелектрика можна написати:

$$\vec{E} = \frac{\vec{E}_0}{\varepsilon}$$

Ця формула розкриває *фізичний зміст* діелектричної проникності і показує, що напруженість електричного поля в діелектрику в ε раз *менше*, ніж у вакуумі. Звідси випливає просте правило: *щоб написати формули електростатики в діелектрику, треба у відповідних формулах електростатики вакууму поруч з ε_0 приписати ε .*

Зокрема, закон Кулона в скалярною формі запишеться у вигляді:

$$F = \frac{q_1 q_2}{4\pi \varepsilon_0 \varepsilon \cdot r^2},$$

Напруженість електричного поля від точкового заряду:

$$E = \frac{q}{4\pi \varepsilon_0 \varepsilon \cdot r^2},$$

Потенціал точкового заряду:

$$\varphi = \frac{q}{4\pi \varepsilon_0 \varepsilon \cdot r}$$