

## Лекция №4.

### Закон сохранения энергии в электростатическом поле.

Если пробный заряд движется в электрическом поле, то он обладает как потенциальной энергией, так и кинетической. Тогда из закона сохранения, полной энергии можно написать

$$q\varphi_1 + \frac{mv_1^2}{2} = q\varphi_2 + \frac{mv_2^2}{2}.$$

Тогда

$$q\varphi_1 - q\varphi_2 = \frac{mv_2^2}{2} - \frac{mv_1^2}{2} \text{ или } q(\varphi_1 - \varphi_2) = \frac{mv_2^2}{2} - \frac{mv_1^2}{2}.$$

Разность потенциалов  $(\varphi_1 - \varphi_2)$  называется напряжением, т.е.  $U = \varphi_1 - \varphi_2$ , тогда

$$qU = \frac{mv_2^2}{2} - \frac{mv_1^2}{2}$$

Если первоначально заряд покоился  $v_1 = 0$ , то

$$qU = \frac{mv^2}{2},$$

где  $v$  - скорость заряда, которую он приобрел пройдя ускоряющую разность потенциалов  $U = \varphi_1 - \varphi_2$ .

Если скорость заряда в электрическом поле уменьшается  $v_2 < v_1$ , то  $U < 0$  и говорят, что заряд проходит задерживающую разность потенциалов.

### Энергия системы зарядов во внешнем электрическом поле.

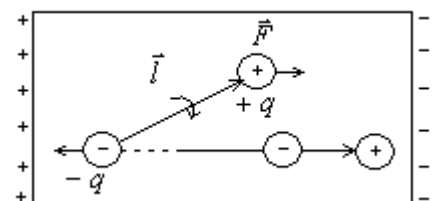
Внешнее электрическое поле можно характеризовать потенциалом  $\varphi$ . Тогда, если в таком поле находится  $N$  зарядов, то энергия такой системы определяется выражением

$$W = q_1\varphi_1 + q_2\varphi_2 + \dots + q_N\varphi_N = \sum_{i=1}^N q_i\varphi_i,$$

где мы считаем, что все заряды малые, т.е. не создают своего электрического поля (или оно слишком мало по сравнению с внешним полем)

Применим эту формулу для расчета энергии диполя в однородном электрическом поле.

**Электрическим диполем** называется система двух связанных между собой равных по величине и противоположных по знаку точечных зарядов. Величина  $\vec{p} = q\vec{l}$  называется **электрическим моментом диполя**,  $\vec{l}$  - плечо диполя - вектор, направленный от



отрицательного заряда к положительному.

В электрическом поле на диполь действует пара сил (см. рис.), вследствие чего диполь устанавливается (ориентируется) вдоль силовых линий поля.

$$\vec{F} = q\vec{E}$$

$\vec{M} = [\vec{l} \times \vec{F}] = [\vec{l} \times q\vec{E}] = [q\vec{l} \times \vec{E}] = [\vec{p}\vec{E}]$  - момент пары сил, действующий на диполь в электрическом поле.

Тогда, имеем

$$W = q_1\varphi_1 + q_2\varphi_2,$$

где  $q_1 = -q$ ,  $q_2 = q$ , так как мы рассматриваем диполь.

Также учтем, что в однородном поле  $E = -\frac{\Delta\varphi}{\Delta x} = -\frac{\varphi_2 - \varphi_1}{x_2 - x_1}$ , следовательно

$$\varphi_2 - \varphi_1 = -(x_2 - x_1)E \text{ или } \varphi_2 = \varphi_1 - (x_2 - x_1)E.$$

Подставим выражение для зарядов и для  $\varphi_2$  в формулу для энергии

$$\begin{aligned} W &= q_1\varphi_1 + q_2\varphi_2 = -q\varphi_1 + q\varphi_2 = -q\varphi_1 + q(\varphi_1 - (x_2 - x_1)E) = \\ &= -q\varphi_1 + q\varphi_1 - q(x_2 - x_1)E = -q(x_2 - x_1)E = -q\Delta x \cdot E = -q \cdot l \cdot \cos(\alpha) \cdot E, \end{aligned}$$

где  $\vec{l}$  - плечо диполя (см. рис.). Тогда

$$W = -q \cdot \vec{l} \cdot \vec{E} = -\vec{p} \cdot \vec{E}.$$

Если векторы  $\vec{p}$  и  $\vec{E}$  имеют одинаковое направление  $\alpha = 0 \Rightarrow \cos(\alpha) = 1$ , то энергия минимальна

$$W = -p \cdot E,$$

что соответствует устойчивому равновесию.

Если векторы  $\vec{p}$  и  $\vec{E}$  имеют

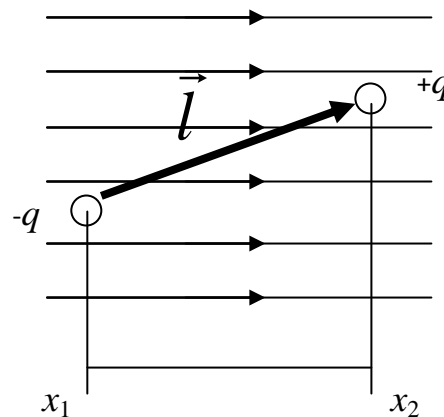
противоположные направления

$\alpha = 180^\circ \Rightarrow \cos(\alpha) = -1$ , то энергия

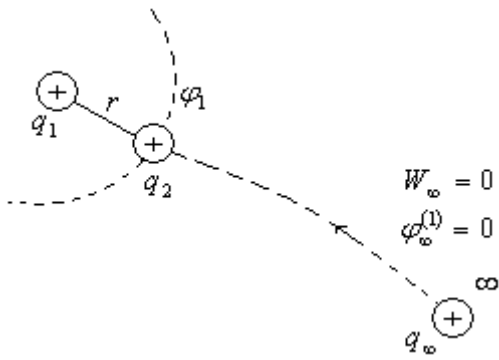
максимальна

$$W = p \cdot E,$$

т.е. равновесие неустойчивое.



## Энергия системы неподвижных точечных зарядов.



Как мы уже знаем, силы с которыми взаимодействуют заряженные тела, являются *потенциальными*. Следовательно, система заряженных тел обладает *потенциальной энергией*. Когда заряды удалены друг от друга на бесконечность, они не взаимодействуют. Положим в этом случае их энергию равной нулю.

Рассмотрим сначала систему, состоящую из двух точечных зарядов (см.рис. ). Сблизим заряды на заданное расстояние  $r$ . При этом мы совершим работу против сил электрического поля, которая пойдет на увеличение потенциальной энергии системы. Сближение зарядов можно произвести, приближая  $q_2$  к  $q_1$  либо  $q_1$  к  $q_2$ . В обоих случаях совершается одинаковая работа:

$$+A = W_\infty - W, W_\infty = 0,$$

$$-W = A = q_2(\varphi_\infty^{(1)} - \varphi_1), \varphi_\infty^{(1)} = 0,$$

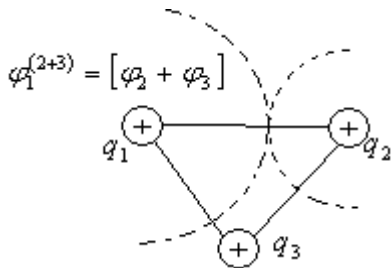
$$W = q_2\varphi_1; \varphi = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r}$$

$$W = q_2\varphi_1 = \frac{q_2 q_1}{4\pi\epsilon_0 r} = \frac{1}{2} q_2 \frac{q_1}{4\pi\epsilon_0 r} + \frac{1}{2} q_1 \frac{q_2}{4\pi\epsilon_0 r} \text{ или}$$

$$W = \frac{1}{2}(q_1\varphi_2 + q_2\varphi_1)$$

В последней формуле  $\varphi_1$  - потенциал поля 1-го заряда в том месте, где находится второй заряд;  $\varphi_2$  - потенциал поля второго заряда в том месте, где находится первый заряд. С учетом сказанного, эту формулу можно записать также в виде:

$$W = \frac{1}{2}(q_1\varphi_1^{(2)} + q_2\varphi_2^{(1)}).$$



Нетрудно убедиться в том, что потенциальная энергия системы трех неподвижных точечных зарядов может быть представлена в виде:

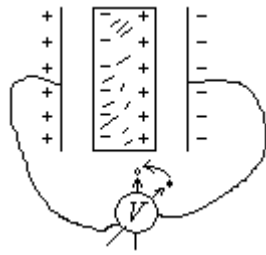
$$W = \frac{1}{2}(q_1\varphi_1^{(2+3)} + q_2\varphi_2^{(1+3)} + q_3\varphi_3^{(1+2)})$$

В общем случае системы  $n$  неподвижных точечных зарядов *энергия системы* определяется по формуле:

$$W = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n q_i \varphi_i$$

## Электростатическое поле в диэлектриках.

### 1.10. Поляризация диэлектриков. Свободные и связанные заряды.



#### Основные виды поляризации диэлектриков.

Явление возникновения электрических зарядов на поверхности диэлектриков в электрическом поле называется **поляризацией**. Возникающие при этом заряды – **поляризационными** (рис.3.1).

Рис.3.1. Поляризация диэлектрика.

В проводниках (например, металлах) имеются **свободные** заряды, которые можно разделить (рис.3.2).

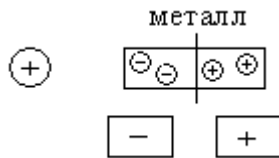


Рис.3.2. Разделение свободных зарядов в металле.

В диэлектриках заряды смещаются лишь в пределах отдельных молекул, поэтому их разделить нельзя (рис.3.3). Такие заряды называются **связанными**.

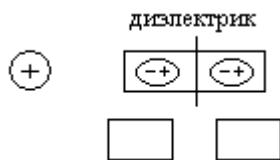


Рис.3.3. Связанные заряды разделить нельзя.

Различают следующие **основные виды поляризации** диэлектриков.

#### 1) Ориентационная поляризация (полярные диэлектрики).

Молекулы таких веществ уже в начальном состоянии имеют собственный **дипольный электрический момент**  $\vec{p}_0 \neq 0$  (рис.3.4).

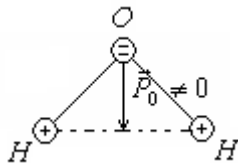


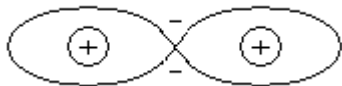
Рис.3.4. Полярная молекула воды.

**2) Деформационная или электронная поляризация**  
(неполярные диэлектрики).

Пример молекул таких веществ:  $H_2$ ,  $O_2$ . Между атомами в молекуле действует ковалентная неполярная связь. «Центры тяжести» положительных и отрицательных ионов совпадают, поэтому в исходном состоянии дипольный электрический момент у такой молекулы отсутствует (рис.3.6).

$$\vec{p}_0 = 0$$

Рис.3.6. Неполярная молекула водорода.



В электрическом поле электронное облако молекулы деформируется, вследствие чего «центры тяжести» положительных и отрицательных зарядов смещаются (рис.3.7), и у молекулы появляется наведённый дипольный момент  $\vec{p} = \epsilon_0 \beta \vec{E}$  ( $\beta$  - поляризуемость молекулы).

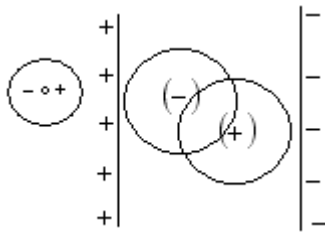
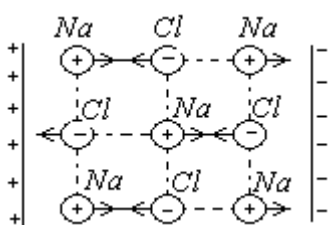


Рис.3.7. Электронная поляризация.

**3) Ионная поляризация** (кристаллы).

Ионные кристаллы (например, кристаллы поваренной соли  $NaCl$ ) построены из положительных и отрицательных ионов, образующих как бы две кристаллические решетки, сдвинутые одна относительно другой на половину периода. Такой кристалл можно рассматривать как одну большую «молекулу» (рис.3.8).



В электрическом поле ионы противоположного знака смещаются друг относительно друга в разные стороны, в результате чего кристалл приобретает макроскопический дипольный электрический момент  $\vec{P} = \epsilon_0 \beta \vec{E}$  ( $\beta$  - поляризуемость кристалла).

Рис.3.8. Ионная поляризация.

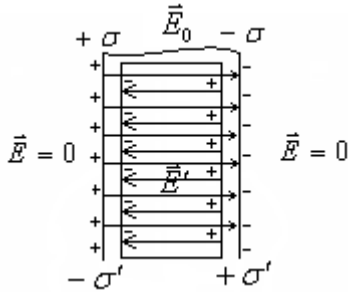
### Напряженность электрического поля в диэлектрике.

В соответствии с *принципом суперпозиции* электрическое поле в диэлектрике векторно складывается из внешнего поля  $\vec{E}_0$  и поля поляризационных зарядов  $\vec{E}'$  (рис.3.11).

$$\vec{E} = \vec{E}_0 + \vec{E}'$$

или по абсолютной величине

$$E = E_0 - E'$$



Мы видим, что величина напряженности поля  $E$  в диэлектрике меньше, чем в вакууме. Другими словами, любой диэлектрик *ослабляет* внешнее электрическое поле.

Рис.3.11. Электрическое поле в диэлектрике.

Для в *изотропного* диэлектрика можно написать:

$$\vec{E} = \frac{\vec{E}_0}{\epsilon}$$

Эта формула раскрывает *физический смысл* диэлектрической проницаемости и показывает, что напряженность электрического поля в диэлектрике в  $\epsilon$  раз *меньше*, чем в вакууме. Отсюда следует простое правило: *чтобы написать формулы электростатики в диэлектрике, надо в соответствующих формулах электростатики вакуума рядом с  $\epsilon_0$  приписать  $\epsilon$ .*

В частности, *закон Кулона* в скалярной форме запишется в виде:

$$F = \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0\epsilon \cdot r^2}.$$

Напряженность электрического поля от точечного заряда:

$$E = \frac{q}{4\pi\epsilon_0\epsilon \cdot r^2}.$$

Потенциал точечного заряда:

$$\varphi = \frac{q}{4\pi\epsilon_0\epsilon \cdot r}.$$