Лекция №5.

Проводники в электростатическом поле

Проводниками называются вещества, в которых имеются свободные заряды, способные перемещаться по всему объему проводника. Проводниками являются все металлы, растворы электролитов, ионизованные газы. Мы будем в дальнейшем рассматривать только металлы. Свободные заряды, перемещающиеся внутри металлов, – электроны.

Если проводник внести во внешнее электростатическое поле, то он будет искажать это поле благодаря возникновению на его поверхности индуцированного заряда.

1. Напряженность поля внутри проводника равна нулю ($E_{внутр} = 0$). В самом деле, при внесении проводника в электростатическое поле свободные электроны, имеющие отрицательный заряд, смещаются в направлении, противоположном направлению внешнего поля. На другом конце проводника при этом образуется избыточный положительный заряд ионов кристаллической решетки (рис.1). Эти заряды располагаются так, что созданное ими электрическое поле полностью компенсирует внешнее поле E_0. В противном случае не скомпенсированное электрическое поле, воздействуя на свободные электроны, привело бы их в движение, которое продолжалось бы до тех пор, пока поле внутри проводника не исчезло.

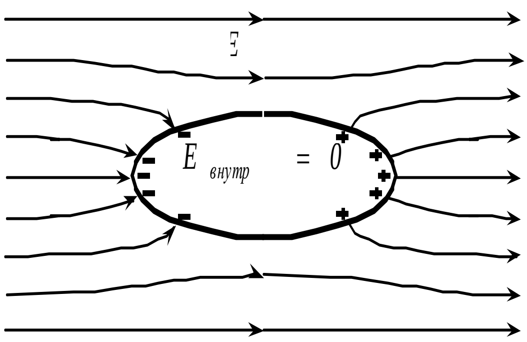

Рис. 1

2. Из равенства нулю напряженности электростатического поля внутри проводника, согласно уравнению $E = -grad\ \varphi$, следует, что потенциал φ во всем объеме проводника имеет постоянное значение. Второе свойство проводников:

$$\varphi = const .$$

Можно говорить о потенциале проводника как целого. Если два каких-либо проводника привести в соприкосновение или соединить проволочкой, то потенциалы их немедленно сравняются – это будет уже единый проводник. Земля, как проводящий электрический ток объект, тоже имеет определенный потенциал. Потенциал Земли обычно принимают равным нулю. При устройстве заземления металлические части приборов или корпусов станков соединяют с землей, и они приобретают “нулевой потенциал”.

3. Из $E = -grad\ \varphi$ также следует, что линии напряженности поля перпендикулярны поверхности проводника в каждой ее точке, поскольку эта поверхность является одной из эквипотенциальных поверхностей.

Емкость проводников

Возьмем изолированный проводник и сообщим ему заряд q. Потенциал проводника становится равным φ. Опытным путем можно установлено, что

$$q = C\varphi,$$

где C – коэффициент пропорциональности, характеризующий данный проводник. Он называется *электрической емкостью проводника*. По определению,

$$C = \frac{q}{\varphi}.$$

Емкость уединенного проводника численно равна заряду, который надо сообщить ранее не заряженному проводнику, чтобы его потенциал стал равным одному вольту.

Емкость уединенного проводника зависит от размеров и формы проводника, а также от расположения вблизи него других тел. Поэтому для получения определенных значений емкости используют не отдельные проводники, а конденсаторы.

Конденсатором назовем совокупность двух проводников, расстояние между которыми много меньше их линейных размеров.

Процесс зарядки конденсатора сводится к переносу заряда с одной его обкладки на другую, в результате чего одна из них приобретает избыточный положительный заряд q, а другая – избыточный отрицательный заряд той же величины. Этот заряд называется зарядом конденсатора.

Емкость конденсатора численно равна отношению заряда q к разности потенциалов U между его обкладками:

$$C = \frac{q}{U}, \qquad (U = \varphi_1 - \varphi_2).$$

Электрическое поле конденсатора существует лишь в пространстве между его обкладками и потому не подвержено влиянию окружающих тел. Емкость конденсатора зависит от его формы и размеров, а также от диэлектрической проницаемости изолятора, находящегося между обкладками (определение диэлектрической проницаемости будет дано ниже).

В СИ емкость измеряется в фарадах: $1\ \Phi\ (\text{фарад}) = \dfrac{1\text{Кл}}{1\text{В}}$. Это очень крупная единица емкости, и потому на практике емкость измеряют в микрофарадах ($1\text{мк}\Phi = 10^{-6}\ \Phi$) или в пикофарадах ($1\text{п}\Phi = 10^{-12}\ \Phi$).

Чтобы проиллюстрировать сказанное, вычислим радиус шара R, емкость которого составляет один фарад. Потенциал шара, имеющего заряд q, равен $\varphi(R) = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \dfrac{q}{R}$. Тогда из формулы $C = q/\varphi$ найдем емкость шара:

$$C = 4\pi\varepsilon_0 R .$$

Отсюда радиус шара емкостью в один фарад $R = C/4\pi\varepsilon_0 = 9 \cdot 10^9$ м.

Искомый радиус составляет 9 млн. километров. Размер такого тела намного превышает размер Земли и равен примерно $1/20$ части ее расстояния от Солнца.

Конденсаторы

1. Сферический конденсатор. Разность потенциалов между обкладками сферического конденсатора – концентрическими сферами радиусами R_1 и R_2 (рис.2)

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right).$$

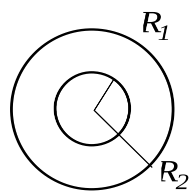

Рис. 2

Подставив это выражение в (1.32), получим

$$C_{сф} = 4\pi\varepsilon_0 \frac{R_1 R_2}{R_2 - R_1}.$$

Если между обкладками конденсатора внести диэлектрик, то его емкость будет $C_{сф} = 4\pi\varepsilon\varepsilon_0 \dfrac{R_1 R_2}{R_2 - R_1}$.

2. Цилиндрический конденсатор. Разность потенциалов между коаксиальными цилиндрами радиусами R_1 и R_2 и длиной l (рис. 3), являющимися обкладками цилиндрического конденсатора, равна

Рис.3

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \frac{\tau}{2\pi\varepsilon_0} \ln\frac{R_2}{R_1}, \quad (\ \tau = \frac{q}{l}\ ).\ \text{Тогда}\quad C_{цил} = \frac{2\pi\varepsilon_0 l}{\ln\frac{R_2}{R_1}}.$$

Если между обкладками конденсатора внести диэлектрик, то его емкость будет

$$C_{\text{цил}} = \frac{2\pi\varepsilon\varepsilon_0 l}{\ln\frac{R_2}{R_1}}$$

3. Плоский конденсатор. Будем считать, что размеры обкладок плоского конденсатора намного превышают расстояние между ними ($l >> d$, рис.4). Тогда, пренебрегая искажением электрического поля на краях обкладок имеем

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} d, \quad (\sigma = \frac{q}{S}),$$

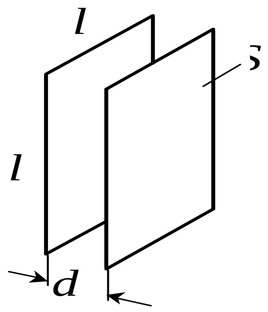

Рис. 4

что после подстановки в формулу $C = q/U$

дает $C_{пл} = \frac{\varepsilon_0 S}{d}$, где S – площадь обкладки.

Если между обкладками конденсатора внести диэлектрик, то его емкость будет

$$C_{\text{пл}} = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 S}{d}.$$

Соединение конденсаторов

Найдем емкость батареи конденсаторов при параллельном и последовательном их соединении.

1. Параллельное соединение.

Для простоты рассмотрим батарею, состоящую из двух конденсаторов емкостями C_1 и C_2 (рис.5). Напряжение U, приложенное к батарее, одинаково для каждого из конденсаторов. Поэтому заряды конденсаторов равны

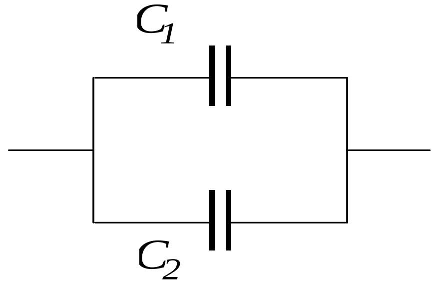

Рис. 5

$$q_1 = C_1 U ,$$
$$q_2 = C_2 U .$$

Поскольку заряд батареи $q = q_1 + q_2$, ее емкость

$$C_{пар} = \frac{q}{U} = \frac{C_1 U + C_2 U}{U} = C_1 + C_2 .$$

Обобщая эту формулу на случай N параллельно соединенных конденсаторов, получим

$$C_{пар} = \sum_{i=1}^{N} C_i .$$

Емкость батареи параллельно соединенных конденсаторов равна сумме емкостей каждого из них.

2. Последовательное соединение.

При последовательном соединении конденсаторов (рис.6) приложенное к батарее напряжение U распределяется по каждому из конденсаторов, так что

$$U = U_1 + U_2 .$$

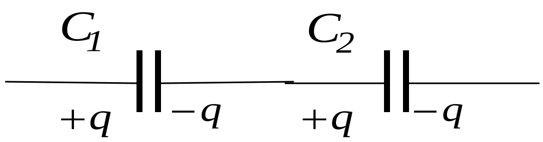

Рис.6

Заряды конденсаторов при их последовательном соединении равны друг другу: $q_1 = q_2 = q$ поскольку при подключении батареи конденсаторов к источнику ЭДС протекает кратковременный ток зарядки, одинаковый в каждом из конденсаторов.

Другое доказательство этого: каждая из обкладок конденсаторов изолирована от остальных. В частности, правая обкладка конденсатора C_1 и левая обкладка конденсатора C_2 вместе с соединяющим их проводом представляют собой изолированный проводник с зарядом $q = 0$. После зарядки батареи, по закону сохранения заряда, суммарный заряд этих обкладок остается равным нулю, поэтому, если первая из них приобретает заряд $-q$, то вторая $+q$.

По определению $U_1 = \frac{q}{C_1}$, $U_2 = \frac{q}{C_2}$, а напряжение на батарее конденсаторов $U = \frac{q}{C_{посл}}$. Подставив эти формулы в $U = U_1 + U_2$ и сократив q, получим

$$\frac{1}{C_{посл}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}.$$

В общем случае N последовательно соединенных конденсаторов:

$$\frac{1}{C_{посл}} = \sum_{i=1}^{N} \frac{1}{C_i}.$$

Величина, обратная емкости батареи конденсаторов при их последовательном соединении, равна сумме обратных величин емкостей каждого из конденсаторов.

Следует отметить, что при последовательном соединении конденсаторов большее напряжение приходится на конденсатор меньшей емкости, а общая емкость батареи меньше чем емкость самого наименьшего конденсатора.

Энергия заряженного конденсатора. Плотность энергии.

Заряженные пластины конденсатора создают электрическое поле, в котором сами же и находятся, поэтому для расчета энергии конденсатора необходимо использовать формулу (см. лекцию 4) $W = \frac{1}{2}(q_1\varphi_1 + q_2\varphi_2)$. Так как для конденсатора $q_1 = q,\ q_2 = -q$, то $W = \frac{q}{2}(\varphi_1 - \varphi_2) = \frac{qU}{2}$. Тогда, используя выражение $q = CU$ получаем несколько эквивалентных очень важных формул

$$W = \frac{q^2}{2C} = \frac{qU}{2} = \frac{CU^2}{2}.$$

Рассмотрим плоский конденсатор, пусть площадь каждой из обкладок конденсатора S, расстояние между ними d, а заряд конденсатора q. Тогда емкость конденсатора $C = \frac{\varepsilon_0 S}{d}$. Поскольку напряженность поля между обкладками $E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} = \frac{q}{\varepsilon_0 S}$, заряд можно выразить через напряженность $q = \varepsilon_0 S E$. Подставив в выражение для энергии $W = \frac{q^2}{2C}$ заряд q и емкость C, получим $W = \frac{\varepsilon_0 E^2}{2} Sd = \frac{\varepsilon_0 E^2}{2} V$, где $V = Sd$ – объем конденсатора.

Разделив на V, получим объемную плотность энергии электрического поля:

$$w = \frac{W}{V} = \frac{\varepsilon_0 E^2}{2}.$$