

Практика 3

Задача № 1. Кольцо массой 1,2 г сделано из 14 каратного золота. Сколько атомов чистого золота содержится в кольце?

Au - золото
 $m_{\text{сплав}} = 1,2 \text{ г} = 1,2 \cdot 10^{-3} \text{ кг}$
14-каратный сплав

$N_{\text{золота}} - ?$

В каратах измеряется не только масса, но и чистота золота. Причем 100% чистое вещество принимается за 24 карата. Т.о.

$$\frac{m_{\text{золота}}}{m_{\text{сплав}}} = \frac{14}{24} = 0,583 \text{ - это соответствует золоту}$$

583 пробы. Тогда масса чистого золота

составляет $m_{\text{золота}} = 0,583 \cdot m_{\text{сплав}}$. Из соотношения $\nu = \frac{m}{\mu} = \frac{N}{N_A}$, где

$N_A = 6,02 \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1}$, находим $N = \frac{m \cdot N_A}{\mu}$. Из таблицы Менделеева для

золота $\mu = 197 \text{ г} / \text{моль} = 0,197 \text{ кг} / \text{моль}$.

$$\text{Тогда } N_{\text{золота}} = \frac{0,583 \cdot m_{\text{сплав}} \cdot N_A}{\mu}$$

$$\text{Проверка на размерность } [N_{\text{золота}}] = \frac{\text{кг} \cdot \text{моль}^{-1}}{\text{кг} / \text{моль}} = 1.$$

$$\text{Окончательно } N_{\text{золота}} = \frac{0,583 \cdot 1,2 \cdot 10^{-3} \cdot 6,02 \cdot 10^{23}}{0,197} = 21,4 \cdot 10^{20} \text{ атомов золота.}$$

Задача № 2. Два грамма азота занимают объем 820 см³, давление этого газа составляет 0,2 МПа. Найти температуру газа по Цельсию.

N_2 - азот
 $m = 2 \text{ г} = 2 \cdot 10^{-3} \text{ кг}$
 $V = 820 \text{ см}^3 = 820 \cdot 10^{-6} \text{ м}^3$
 $P = 0,2 \text{ МПа} = 0,2 \cdot 10^6 \text{ Па}$

$t^\circ \text{C} - ?$

$$PV = \frac{m}{\mu} RT, \text{ где } R = 8,31 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}}$$

Из таблицы Менделеева находим

$$\mu = 28 \cdot 10^{-3} \text{ кг} / \text{моль}.$$

$$\text{Тогда } T = \frac{PV\mu}{mR}.$$

Проверка по размерности

$$[T] = \frac{\text{Па} \cdot \text{м}^3 \cdot \text{кг} / \text{моль}}{\text{кг} \cdot \text{Дж} / (\text{моль} \cdot \text{К})} = \frac{\text{Па} \cdot \text{м}^3 \cdot \text{К}}{\text{Дж}} = \frac{(\text{Н} / \text{м}^2) \cdot \text{м}^3 \cdot \text{К}}{\text{Дж}} = \frac{\text{Н} \cdot \text{м} \cdot \text{К}}{\text{Дж}} = \frac{\text{Дж} \cdot \text{К}}{\text{Дж}} = \text{К}$$

$$\text{Численный расчет } T = \frac{0,2 \cdot 10^6 \cdot 820 \cdot 10^{-6} \cdot 28 \cdot 10^{-3}}{2 \cdot 10^{-3} \cdot 8,31} = 276 \text{ К}.$$

$$\text{Окончательно } t^\circ = T - 273 = 276 - 273 = 3^\circ \text{C}.$$

Задача № 3. Десять грамм кислорода при 20°C создают давление 100 кПа. Найти объем занимаемый газом, число молекул кислорода, а также концентрацию.

O_2 - кислород $m = 10\text{г} = 10 \cdot 10^{-3}\text{кг}$ $T = 20^\circ = 293\text{K}$ $P = 100\text{кПа} = 100 \cdot 10^3\text{Па}$	По таблице Менделеева находим $\mu = 32 \cdot 10^{-3}\text{кг} / \text{моль}$. Из формулы $PV = \frac{m}{\mu}RT$ получаем $V = \frac{mRT}{\mu P}$. Проверка на размерность $[V] = \frac{\text{кг} \cdot \text{Дж} / (\text{моль} \cdot \text{К})\text{К}}{(\text{кг} / \text{моль}) \cdot \text{Па}} = \frac{\text{Дж}}{\text{Па}} = \frac{\text{Н} \cdot \text{м}}{\text{Н} / \text{м}^2} = \text{м}^3$.
$V, N, n - ?$	

Численный расчет $V = \frac{10^{-2} \cdot 8,31 \cdot 293}{32 \cdot 10^{-3} \cdot 100 \cdot 10^3} = 7,59 \cdot 10^{-3}\text{м}^3 = 7,59\text{л}$.

Число молекул найдем из определения количества вещества

$\nu = \frac{m}{\mu} = \frac{N}{N_A}$, где $N_A = 6,02 \cdot 10^{23}\text{моль}^{-1}$ - число Авогадро.

Тогда $N = \frac{mN_A}{\mu}$. Проверка на размерность $[N] = \frac{\text{кг} \cdot \text{моль}^{-1}}{\text{кг} / \text{моль}} = 1$.

Численный расчет $N = \frac{10^{-2} \cdot 6,02 \cdot 10^{23}}{32 \cdot 10^{-3}} = 1,88 \cdot 10^{23}$.

Концентрацию можно найти либо из определения $n = \frac{N}{V}$, либо из уравнения

состояния $P = nkT$, где $k = 1,38 \cdot 10^{-23}\text{Дж} / \text{К}$.

Первым способом $n = \frac{1,88 \cdot 10^{23}}{7,59 \cdot 10^{-3}} = 0,248 \cdot 10^{26}\text{м}^{-3}$.

Второй способ $n = \frac{P}{kT} = \frac{10^5}{1,38 \cdot 10^{-23} \cdot 293} = 0,00247 \cdot 10^{28} = 2,47 \cdot 10^{25}\text{м}^{-3}$.

Что в пределах ошибки округления совпадает.

Задача № 4. Сернистый газ (сернистый ангидрид, двуокись серы) при температуре 27°C занимает объем 25 л и создает давление 150 кПа. Найти плотность газа, а также его массу.

SO_2 - сернистый газ $V = 25\text{л} = 25 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3$ $T = 27^{\circ} = 300\text{К}$ $P = 150\text{кПа} = 150 \cdot 10^3 \text{ Па}$	Плотность определяется как $\rho = \frac{m}{V}$, тогда из $PV = \frac{m}{\mu} RT$ находим $P = \frac{1}{\mu} \frac{m}{V} RT$ или $P = \frac{\rho RT}{\mu}$. Получаем $\rho = \frac{P\mu}{RT}$.
$\rho, m - ?$	Из таблицы Менделеева

$$\mu = (32 + 2 \cdot 16) \text{ г} / \text{моль} = 64 \cdot 10^{-3} \text{ кг} / \text{моль}.$$

Проверка по размерности

$$[\rho] = \frac{\text{Па} \cdot \text{кг} / \text{моль}}{\text{Дж} / (\text{моль} \cdot \text{К}) \cdot \text{К}} = \frac{\text{Па} \cdot \text{кг}}{\text{Дж}} = \frac{(\text{Н} / \text{м}^2) \cdot \text{кг}}{\text{Н} \cdot \text{м}} = \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}.$$

$$\text{Численный расчет } \rho = \frac{150 \cdot 10^3 \cdot 64 \cdot 10^{-3}}{8,31 \cdot 300} = 3,85 \text{ кг} / \text{м}^3.$$

$$\text{Массу найдем как } m = \rho \cdot V = 3,85 \cdot 25 \cdot 10^{-3} = 96,3 \cdot 10^{-3} \text{ кг} = 96,3 \text{ г}.$$

Задача № 5. Углекислый газ массой 80 г изобарно сжимают в 2,5 раза, затем его объем изотермически увеличивается на 70%. Найти давление температуру и объем газа во всех состояниях. Первоначальные значения температуры и объема соответственно равны 130°C и 75 л. Изобразить график процесса в осях $(p, V), (V, T), (p, T)$.

CO_2 - углекислый газ $m = 80\text{г} = 80 \cdot 10^{-3} \text{ кг}$ $T_1 = 130^{\circ} = 403\text{К}$ $V_1 = 75\text{л} = 75 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3$ $V_2 = V_1 / 2,5$ $P_1 = P_2, T_2 = T_3$ $V_3 = 1,7V_2$	По таблице Менделеева $\mu = (12 + 2 \cdot 16) \text{ г} / \text{моль} = 44 \cdot 10^{-3} \text{ кг} / \text{моль}.$ Т.к. процесс $1 \rightarrow 2$ изобарный, то $\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}$. Следовательно $T_3 = T_2 = \frac{T_1 V_2}{V_1}$. Для изотермического процесса $2 \rightarrow 3$ имеем $P_2 V_2 = P_3 V_3$. Отсюда $P_3 = \frac{P_2 V_2}{V_3}$. $P_1 = P_2$, а P_1 найдем из уравнения $P_1 V_1 = \frac{m}{\mu} RT_1$,
$P_i, T_i, V_i - ?$ $i = 1, 2, 3$	

$$\text{тогда } P_2 = P_1 = \frac{mRT_1}{\mu V_1}. P_1 = 81190 \text{ Па}.$$

$$\text{Так как } V_2 = V_1 / 2,5, \text{ то } V_2 = 30 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3 = 30 \text{ л}.$$

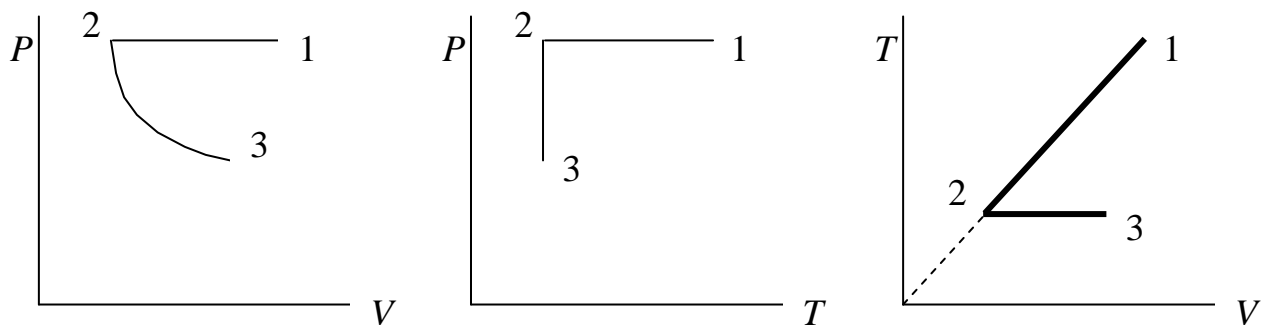
Находим температуру

$$T_3 = T_2 = \frac{T_1 V_2}{V_1} = \frac{403 \cdot V_1 / 2,5}{V_1} = 403 / 2,5 = 161 \text{ K}$$

$$\text{Объем } V_3 = 1,7 V_2 = 1,7 \cdot 30 = 51 \text{ л.}$$

$$\text{Определим давление } P_3 = \frac{P_2 V_2}{V_3} = \frac{81190 \cdot 30 \cdot 10^{-3}}{51 \cdot 10^{-3}} = 4,78 \cdot 10^4 \text{ Па}$$

Изобразим схематически графики



Задача № 6. Угарный газ в количестве 2 молей адиабатически расширяется, при этом его температура уменьшается на 50°C , а затем его давление изохорно увеличивается и становится на 30% больше первоначального. Найти давление температуру и объем газа в конечном состоянии. Начальное давление газа составляет 4 МПа и его объем равен 2 л. Изобразить график процесса в осях (p, V) .

CO - угарный газ
 $\nu = 2 \text{ моля}$
 $\Delta T = T_1 - T_2 = 50^\circ\text{C} = 50 \text{ K}$
 $Q_{1 \rightarrow 2} = 0$ (адиабата)
 $P_3 = 1,3 P_1$
 $V_2 = V_3$
 $P_1 = 4 \text{ МПа} = 4 \cdot 10^6 \text{ Па}$
 $V_1 = 2 \text{ л} = 2 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3$

$P_3, T_3, V_3 - ?$

Первоначальную температуру газа найдем из $P_1 V_1 = \nu R T_1$, тогда $T_1 = \frac{P_1 V_1}{\nu R}$.

Дальше воспользуемся уравнением адиабатного процесса $P_1 V_1^\gamma = P_2 V_2^\gamma$, $T_1 V_1^{\gamma-1} = T_2 V_2^{\gamma-1}$,

$$P_1^{1-\gamma} T_1^\gamma = P_2^{1-\gamma} T_2^\gamma, \quad \text{где } \gamma = 1 + \frac{2}{i} \quad - \text{ показатель}$$

адиабаты, а i - число степеней свободы молекулы газа. Так как нам дана двухатомная молекула CO, то $i = 5$, а, следовательно $\gamma = 1 + 2/5 = 1,4$.

Из выражения $P_1^{1-\gamma} T_1^\gamma = P_2^{1-\gamma} T_2^\gamma$ находим

$$P_2 = P_1 \left(\frac{T_1}{T_2} \right)^{\frac{\gamma}{1-\gamma}} = P_1 \left(\frac{T_1}{T_1 - \Delta T} \right)^{\frac{\gamma}{1-\gamma}} = P_1 \left(\frac{1}{1 - \Delta T / T_1} \right)^{\frac{\gamma}{1-\gamma}}.$$

Подставляя выражение для T_1 имеем $P_2 = P_1 \left(\frac{1}{1 - \Delta T \nu R / P_1 V_1} \right)^{\frac{\gamma}{1-\gamma}}$.

Далее (для упрощения выкладок) будем считать численно.

$$T_1 = \frac{P_1 V_1}{\nu R} = \frac{4 \cdot 10^6 \cdot 2 \cdot 10^{-3}}{2 \cdot 8,31} = 481 \text{ K}.$$

$$T_2 = T_1 - \Delta T = 481 - 50 = 431 \text{ K}.$$

$$P_2 = P_1 \left(\frac{1}{1 - \Delta T / T_1} \right)^{\frac{\gamma}{1-\gamma}} = 4 \cdot 10^6 \left(\frac{1}{1 - 50/481} \right)^{-1,4/0,4} = 4 \cdot 10^6 \cdot 1,116^{-3,5} =$$

$$= 4 \cdot 10^6 \cdot 0,681 = 2,72 \cdot 10^6 \text{ Па}.$$

Второй объем найдем из $P_1 V_1^\gamma = P_2 V_2^\gamma$, тогда

$$V_2 = V_1 \left(\frac{P_1}{P_2} \right)^{1/\gamma} = 2 \cdot 10^{-3} \left(\frac{4}{2,72} \right)^{1/1,4} = 2 \cdot 10^{-3} \cdot 1,47^{0,714} = 2 \cdot 10^{-3} \cdot 1,317 = 2,63 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3.$$

В силу того, что второй процесс изохорный имеем $V_3 = V_2 = 2,63 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3$.

По известным данным $P_3 = 1,3 P_1 = 1,3 \cdot 4 \cdot 10^6 = 5,2 \cdot 10^6 \text{ Па}$.

Температуру третьего состояния найдем из уравнения изохорного процесса

$$\frac{P_2}{T_2} = \frac{P_3}{T_3}. \text{ Тогда } T_3 = T_2 \frac{P_3}{P_2} = 431 \frac{5,2}{2,72} = 824 \text{ K}.$$

Изобразим график этих процессов.

