

Практика «Постійний струм»

Приклад 1. Електричні опори резисторів мають наступні значення $R_1 = 2\text{ Ом}$, $R_2 = 3\text{ Ом}$, $R_3 = 5\text{ Ом}$, $R_4 = 4\text{ Ом}$, $R_5 = 1\text{ Ом}$. Знайти загальний опір з'єднання провідників (Рис.3.1.13).

$$R_1 = 2\text{ Ом}$$

$$R_2 = 3\text{ Ом}$$

$$R_3 = 5\text{ Ом}$$

$$R_4 = 4\text{ Ом}$$

$$R_5 = 1\text{ Ом}$$

Рішення:

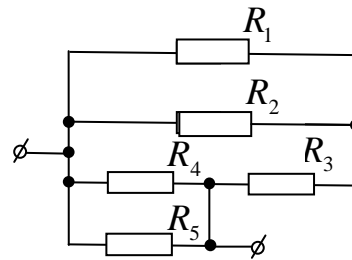


Рис.3.1.13

Проведемо ряд послідовних спрощень, маємо:

а) резистори R_1 та R_2 , а також R_4 , R_5 з'єднані паралельно (Рис. 3.1.13):

$$R_{1,2} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}, \quad R_{4,5} = \frac{R_4 \cdot R_5}{R_4 + R_5}.$$

$$R_{1,2} = \frac{2 \cdot 3}{2 + 3} = 1,2\text{ Ом}, \quad R_{4,5} = \frac{4 \cdot 1}{4 + 1} = 0,8\text{ Ом}.$$

б) електричні опори $R_{1,2}$ та R_3 з'єднані послідовно (рис.3.1.14):

$$R_{1,2,3} = R_{1,2} + R_3,$$

$$R_{1,2,3} = 1,2 + 5 = 6,2\text{ Ом}.$$

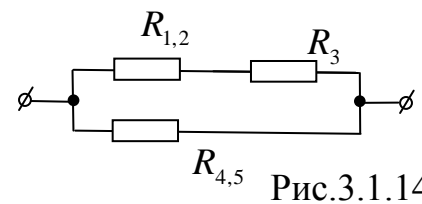


Рис.3.1.14

в) Електричні опори $R_{1,2,3}$ та $R_{4,5}$ з'єднані паралельно (рис.3.1.15):

$$R = \frac{R_{1,2,3} \cdot R_{4,5}}{R_{1,2,3} + R_{4,5}},$$

$$R = \frac{6,2 \cdot 0,8}{6,2 + 0,8} = 0,71\text{ Ом}.$$

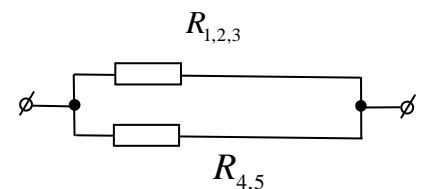


Рис.3.1.15

Приклад 2. З'єднанні резистори $R_1 = 3 \text{ Ом}$, $R_2 = 4 \text{ Ом}$, $R_3 = 6 \text{ Ом}$, представлені, внутрішній опір ЕРС дорівнює $r = 2 \text{ Ом}$, $\varepsilon = 20 \text{ В}$. Знайти струми які протікають через опори r, R_1, R_2, R_3 , напругу, потужність яка розсіюється на резисторах(рис. 3.1.17).

Дано:

$$R_1 = 3 \text{ Ом}$$

$$R_2 = 4 \text{ Ом}$$

$$R_3 = 6 \text{ Ом}$$

$$r = 2 \text{ Ом}$$

$$\varepsilon = 20 \text{ В}$$

$$I_r, I_1, I_2, I_3 - ?$$

$$U_r, U_1, U_2, U_3 - ?$$

$$P_r, P_1, P_2, P_3 - ?$$

Рішення:

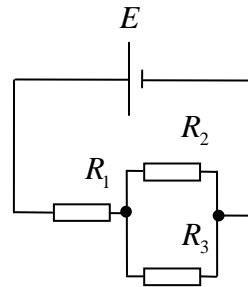


Рис.3.1.17

За законом Ома для замкненого кола загальний струм:

$$I = \frac{\varepsilon}{R + r},$$

де R - загальний зовнішній опір:

$$R = R_1 + \frac{R_2 \cdot R_3}{R_2 + R_3}.$$

Підставимо числові значення:

$$R = 3 + \frac{4 \cdot 6}{4 + 6} = 3 + 2,4 = 5,4 \text{ Ом}.$$

Згідно рис 3.1.6 бачимо, що струм який проходить через опір R_1 та струм через джерело ЕРС той самий, таким чином

$$I_1 = I_r = \frac{\varepsilon}{R + r},$$

Підставимо числові значення:

$$I_1 = I_r = \frac{20}{5,4 + 2} = 2,7 \text{ Ом}.$$

Знайдемо напругу на R_1 та напругу, яка втрачається на джерелі ЕРС:

$$U_1 = I_1 R_1 = 2,7 \cdot 3 = 8,1 \text{ В};$$

$$U_r = I_r R_r = 2,7 \cdot 2 = 5,4 \text{ В}$$

Опори R_2 та R_3 з'єднані паралельно:

$$R_{2,3} = \frac{R_2 \cdot R_3}{R_2 + R_3}.$$

тоді:

$$R_{2,3} = \frac{4 \cdot 6}{4 + 6} = 2,4 \text{ Ом.}$$

При паралельному з'єднанні R_2 та R_3 напруга однакова:

$$U_2 = U_3 = I_1 \cdot R_{2,3} = 2,7 \cdot 2,4 = 6,48 \text{ В.}$$

Сила струм на резисторах R_2 та R_3 :

$$I_2 = \frac{U_2}{R_2} = \frac{6,5}{4} = 1,63 \text{ А,}$$

$$I_3 = \frac{U_3}{R_3} = \frac{6,5}{6} = 1,08 \text{ А.}$$

Розрахуємо потужності, які розсіюються на відповідних опорах:

$$P_r = I_r^2 r = 2,7^2 \cdot 2 = 14,6 \text{ Вт,}$$

$$P_1 = I_1^2 R_1 = 2,7^2 \cdot 3 = 21,9 \text{ Вт,}$$

$$P_2 = I_2^2 R_2 = 1,63^2 \cdot 4 = 10,6 \text{ Вт,}$$

$$P_3 = I_3^2 R_3 = 1,08^2 \cdot 6 = 7 \text{ Вт.}$$

Приклад 3. Сила струму в провіднику опором $R = 20 \text{ Ом}$ рівномірно зростає протягом часу $t_2 = 2 \text{ с}$ від $I_1 = 0 \text{ А}$ до $I_2 = 4 \text{ А}$. Визначити кількість теплоти, яка виділилася у провіднику за $t_3 = 1,5 \text{ с}$.

Дано:

$$R = 20 \text{ Ом}$$

$$t_1 = 2 \text{ с}$$

$$I_1 = 0 \text{ А}$$

$$I_2 = 4 \text{ А}$$

$$t_1 = 0 \text{ с}$$

$$t_2 = 2 \text{ с}$$

$$t_3 = 1,5 \text{ с}$$

$$\Delta Q - ?$$

Рішення:

Відповідно до закону Джоуля-Ленца, корисна потужність, яка виділяється на опорі R дорівнює:

$$P = I^2 R.$$

Кількість тепла dQ , що виділяється за час dt :

$$dQ = P dt = I^2 R dt.$$

За умови задачі сила струму рівномірно зростає, тобто є лінійною функцією часу

$$I = at + b.$$

У початковий момент $t_1 = 0 \text{ с}$ струм $I_1 = 0 \text{ А}$, тому в рівнянні маємо $b = 0$:

$$I = at.$$

Струм в момент часу t_2 : $I_2 = at_2$, звідки $a = \frac{I_2}{t_2} = \frac{4}{2} = 2 \text{ А/с}$.

Зробимо інтегрування за часом кількості теплоти dQ від $t_1 = 0 \text{ с}$ до $t_3 = 1,5 \text{ с}$, та знайдемо кількість теплоти, що виділяється у провіднику:

$$Q = \int_{t_1}^{t_3} I^2 R dt = a^2 R \int_{t_1}^{t_3} t^2 dt = \frac{a^2 R}{3} (t_3^3 - t_1^3).$$

Підставимо числові значення: $\Delta Q = \frac{2^2 \cdot 20}{3} (1,5^3 - 0) = 90 \text{ Дж}.$

Приклад 4. Визначити число електронів, які проходять за $t=1\text{с}$, через поперечний переріз провідника $S=1\text{мм}^2$ мідного дроту завдовжки $l=20\text{м}$ при напрузі $U=36\text{В}$. Питомий опір провідника $\rho=0,017 \cdot \text{Ом} \cdot \text{мм}^2 \cdot \text{м}^{-1}$.

Дано: $t=1\text{с}$ $S=1\text{мм}^2$ $l=20\text{м}$ $U=36\text{В}$ $\rho=0,017 \cdot \text{Ом} \cdot \text{мм}^2 \cdot \text{м}^{-1}$ $N=?$	СІ: $=10^{-6} \text{м}^2$ $=1,7 \cdot 10^{-8} \text{Ом} \cdot \text{м}^2$	Рішення: Із закону Ома для ділянки кола: $I = \frac{U}{R},$ де R електричний опір провідника: $R = \rho \frac{l}{S},$ де ρ – питомий опір провідника.
---	---	---

За визначенням сила струму: $I = \frac{\Delta q}{\Delta t},$

де $\Delta q = Ne$ – заряд частинки, $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}$ - заряд електрона.

Підставимо формули в закон Ома, одержимо:

$$\frac{Ne}{\Delta t} = \frac{US}{\rho l},$$

Звідки: $N = \frac{\Delta t \cdot U \cdot S}{e \cdot \rho \cdot l}.$

Підставимо числові значення: $N = \frac{1 \cdot 36 \cdot 10^{-6}}{1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 1,7 \cdot 10^{-8} \cdot 20} = 6,62 \cdot 10^{20}.$

Приклад 5 Якої довжини і площі поперечного перерізу необхідно взяти ніхромовий провідник для виготовлення електричного нагрівача потужністю $P=500\text{Вт}$, якщо напруга в колі $U=220\text{В}$, а допустима густина струму $j=9,1 \text{ А/мм}^2$. Питомий опір ніхрому $\rho=10^{-6} \text{ Ом} \cdot \text{м}$.

Дано: $P=500\text{Вт}$ $U=220\text{В}$ $j=9,1 \text{ А/мм}^2$ $\rho=10^{-6} \text{ Ом} \cdot \text{м}$ $l=? \quad S=?$	СІ: $=9,1 \cdot 10^6 \text{ А/м}^2$	Рішення: Корисна потужність струму: $P = U \cdot I = \frac{U^2}{R},$ звідки: $I = \frac{P}{U}.$ З визначення густина струму:
---	--	--

$$j = \frac{I}{S}, \text{ звідки: } I = j \cdot S.$$

Прирівнюючи формули:

$$\frac{P}{U} = j \cdot S, \text{ тоді } S = \frac{P}{U \cdot j}.$$

$$S = \frac{500}{220 \cdot 9,1 \cdot 10^6} = 0,25 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2.$$

Із формули $P = \frac{U^2}{R} = \frac{U^2}{\rho \frac{l}{S}} = \frac{U^2 \cdot S}{\rho \cdot l}$, знайдемо довжину:

$$l = \frac{U^2 \cdot S}{P \cdot \rho}$$

Підставимо числові значення: $l = \frac{(220)^2 \cdot 0,25 \cdot 10^{-6}}{500 \cdot 10^{-6}} = 24,2 \text{ м}.$